7.7 逆関数のグラフ

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{1,2,3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1)=5\ ,\quad f(2)=7\ ,\quad f(3)=9\ .$$

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{1,2,3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5\ ,\quad f(2) = 7\ ,\quad f(3) = 9\ .$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 5 \text{ なので } f^{-1}(5) = \quad ,$$
$$f(2) = 7 \text{ なので } f^{-1}(7) = \quad ,$$
$$f(3) = 9 \text{ なので } f^{-1}(9) = \quad .$$

任意の対象 u と v とについて $f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u$.

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{1,2,3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5 \ , \quad f(2) = 7 \ , \quad f(3) = 9 \ .$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$f(1) = 5$ なので $f^{-1}(5) = 1$,

$f(2) = 7$ なので $f^{-1}(7) =$,

$f(3) = 9$ なので $f^{-1}(9) =$.

任意の対象 u と v とについて　$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u$.

例 定義域が集合 $\{1,2,3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5\ ,\quad f(2) = 7\ ,\quad f(3) = 9\ .$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 5 \text{ なので } f^{-1}(5) = 1\ ,$$

$$f(2) = 7 \text{ なので } f^{-1}(7) = 2\ ,$$

$$f(3) = 9 \text{ なので } f^{-1}(9) = \quad .$$

任意の対象 u と v とについて $f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u$.

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{1,2,3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5\ , \quad f(2) = 7\ , \quad f(3) = 9\ .$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 5 \text{ なので } f^{-1}(5) = 1\ ,$$

$$f(2) = 7 \text{ なので } f^{-1}(7) = 2\ ,$$

$$f(3) = 9 \text{ なので } f^{-1}(9) = 3\ .$$

任意の対象 u と v とについて　$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u\ .$

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{1,2,3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5\ ,\quad f(2) = 7\ ,\quad f(3) = 9\ .$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1)=5 \text{ なので } f^{-1}(5)=1\ ,$$

$$f(2)=7 \text{ なので } f^{-1}(7)=2\ ,$$

$$f(3)=9 \text{ なので } f^{-1}(9)=3\ .$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,5),(2,7),(3,9)\}$ であり,

f^{-1} のグラフは集合 $\{(5,1),(7,2),(9,3)\}$ である. $\boxed{\text{終}}$

例 定義域が集合 $\{1,2,3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5 \ , \quad f(2) = 7 \ , \quad f(3) = 9 \ .$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 5 \ \text{なので}\ f^{-1}(5) = 1 \ ,$$
$$f(2) = 7 \ \text{なので}\ f^{-1}(7) = 2 \ ,$$
$$f(3) = 9 \ \text{なので}\ f^{-1}(9) = 3 \ .$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,5),(2,7),(3,9)\}$ であり，

f^{-1} のグラフは集合 $\{(5,1),(7,2),(9,3)\}$ である． 終

このように，関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは成分が入れ替わる．

$\boxed{問7.7}$ 定義域が集合 $\{1,3,5\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 4 \ , \quad f(3) = 6 \ , \quad f(5) = 8 \ .$$

f^{-1} のグラフを求めよ.

f の逆関数 f^{-1} のグラフは集合 　　　　　　　　　　　　　　　　である.

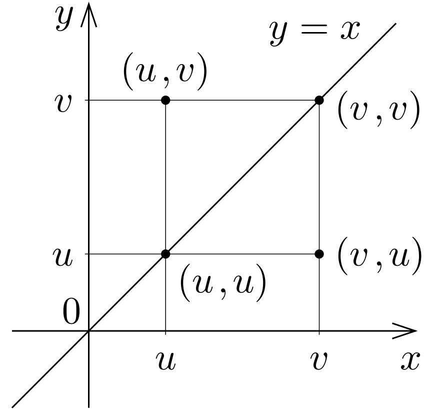
$\boxed{\text{問}7.7}$ 定義域が集合 $\{1,3,5\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 4 \ , \quad f(3) = 6 \ , \quad f(5) = 8 \ .$$

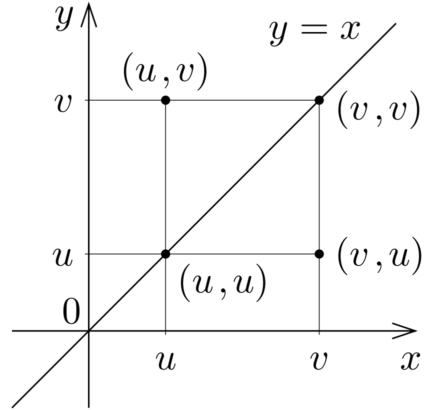
f^{-1} のグラフを求めよ.

f の逆関数 f^{-1} のグラフは集合 $\{(4,1),(6,3),(8,5)\}$ である. $\boxed{\text{終}}$

実数 u, v について，$u \neq v$ のとき，xy 座標平面において点 (u, u) と (u, v) と (v, v) と (v, u) とは正方形の頂点であり，正方形の頂点 (u, u) と (v, v) とを結ぶ対角線は直線 $y = x$ に含まれる．よって点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$ に関して対称である．

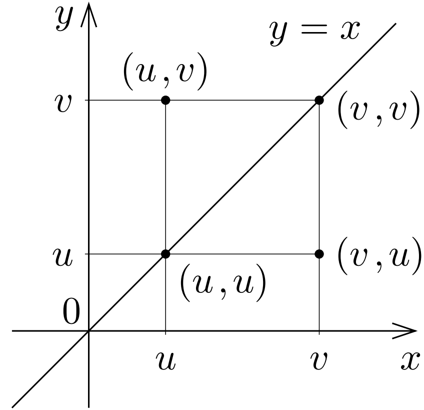


実数 u, v について，$u \neq v$ のとき，xy 座標平面において点 (u, u) と (u, v) と (v, v) と (v, u) とは正方形の頂点であり，正方形の頂点 (u, u) と (v, v) とを結ぶ対角線は直線 $y = x$ に含まれる．よって点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$ に関して対称である．



実数 u, v について，$u = v$ のとき，$(u, v) = (v, u)$ で，xy 座標平面においてこの点は直線 $y = x$ に属す．よって点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$ に関して対称である．

実数 u, v について，$u \neq v$ のとき，xy 座標平面において点 (u,u) と (u,v) と (v,v) と (v,u) とは正方形の頂点であり，正方形の頂点 (u,u) と (v,v) とを結ぶ対角線は直線 $y=x$ に含まれる．よって点 (u,v) と点 (v,u) とは直線 $y=x$ に関して対称である．



実数 u, v について，$u = v$ のとき，$(u,v)=(v,u)$ で，xy 座標平面においてこの点は直線 $y=x$ に属す．よって点 (u,v) と点 (v,u) とは直線 $y=x$ に関して対称である．

定理　任意の実数 u, v について，xy 座標平面において点 (u,v) と点 (v,u) とは直線 $y=x$ に関して対称である．

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3 \ , \quad f(5) = 4 \ , \quad f(6) = 8 \ .$$

例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3\ ,\quad f(5) = 4\ ,\quad f(6) = 8\ .$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$f(1) = 3$ なので $f^{-1}(3) = 1$,

$f(5) = 4$ なので $f^{-1}(4) = 5$,

$f(6) = 8$ なので $f^{-1}(8) = 6$.

任意の対象 u と v とについて

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u\ .$$

$\boxed{\text{例}}$ 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3\ ,\quad f(5) = 4\ ,\quad f(6) = 8\ .$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 3 \text{ なので } f^{-1}(3) = 1\ ,$$
$$f(5) = 4 \text{ なので } f^{-1}(4) = 5\ ,$$
$$f(6) = 8 \text{ なので } f^{-1}(8) = 6\ .$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,3),(5,4),(6,8)\}$ であり,

f^{-1} のグラフは集合 $\{(3,1),(4,5),(8,6)\}$ である.

例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

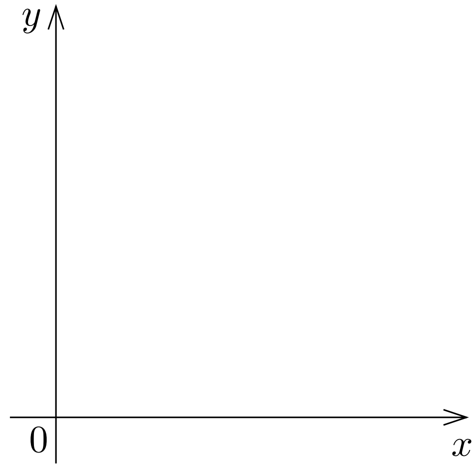
$$f(1)=3\ ,\quad f(5)=4\ ,\quad f(6)=8\ .$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1)=3 \text{ なので } f^{-1}(3)=1\ ,$$
$$f(5)=4 \text{ なので } f^{-1}(4)=5\ ,$$
$$f(6)=8 \text{ なので } f^{-1}(8)=6\ .$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,3),(5,4),(6,8)\}$ であり,
f^{-1} のグラフは集合 $\{(3,1),(4,5),(8,6)\}$ である.



$\boxed{例}$ 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3\ ,\quad f(5) = 4\ ,\quad f(6) = 8\ .$$

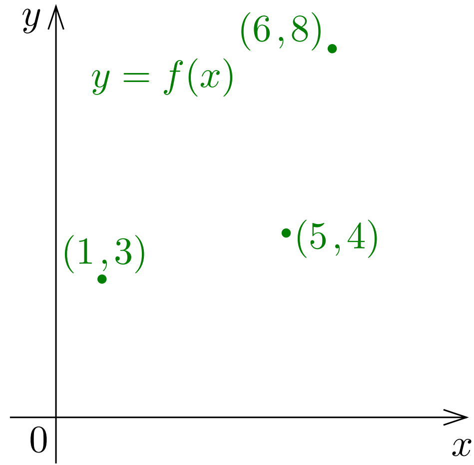
f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 3 \text{ なので } f^{-1}(3) = 1\ ,$$
$$f(5) = 4 \text{ なので } f^{-1}(4) = 5\ ,$$
$$f(6) = 8 \text{ なので } f^{-1}(8) = 6\ .$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,3),(5,4),(6,8)\}$ であり，

f^{-1} のグラフは集合 $\{(3,1),(4,5),(8,6)\}$ である.



xy 座標平面において f のグラフと f^{-1} のグラフを考える.

例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3\ ,\quad f(5) = 4\ ,\quad f(6) = 8\ .$$

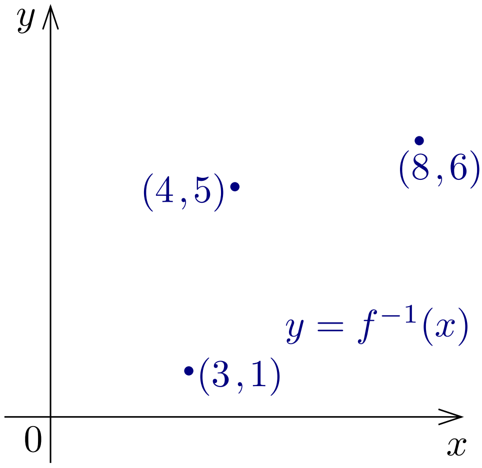
f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 3 \text{ なので } f^{-1}(3) = 1\ ,$$
$$f(5) = 4 \text{ なので } f^{-1}(4) = 5\ ,$$
$$f(6) = 8 \text{ なので } f^{-1}(8) = 6\ .$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,3),(5,4),(6,8)\}$ であり，

f^{-1} のグラフは集合 $\{(3,1),(4,5),(8,6)\}$ である．



xy 座標平面において f のグラフと f^{-1} のグラフを考える．

$\boxed{例}$ 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3\ ,\quad f(5) = 4\ ,\quad f(6) = 8\ .$$

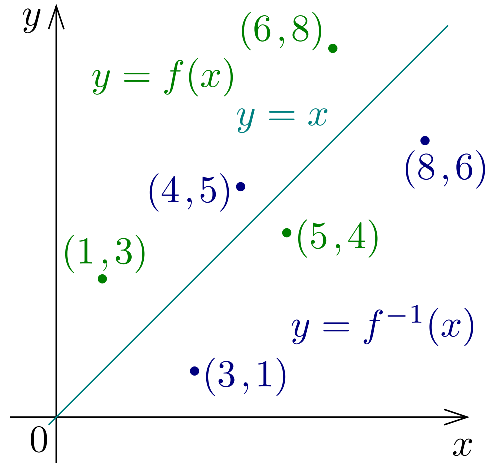
f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 3 \text{ なので } f^{-1}(3) = 1\ ,$$
$$f(5) = 4 \text{ なので } f^{-1}(4) = 5\ ,$$
$$f(6) = 8 \text{ なので } f^{-1}(8) = 6\ .$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,3),(5,4),(6,8)\}$ であり，

f^{-1} のグラフは集合 $\{(3,1),(4,5),(8,6)\}$ である．



xy 座標平面において f のグラフと f^{-1} のグラフを考える．直線 $y=x$ に関して，点 $(3,1)$ は点 $(1,3)$ と対称であり，点 $(4,5)$ は点 $(5,4)$ と対称であり，点 $(8,6)$ は点 $(6,8)$ と対称である．

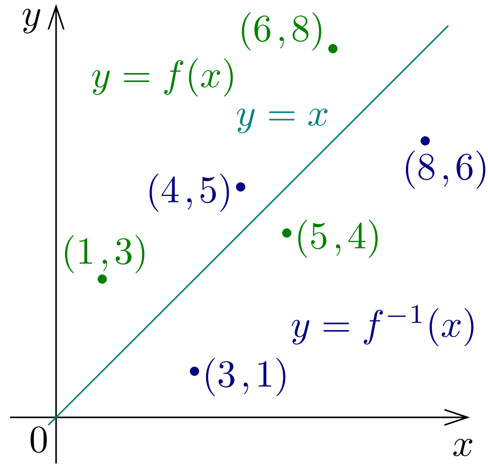
例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1)=3\ ,\quad f(5)=4\ ,\quad f(6)=8\ .$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1)=3 \text{ なので } f^{-1}(3)=1\ ,$$
$$f(5)=4 \text{ なので } f^{-1}(4)=5\ ,$$
$$f(6)=8 \text{ なので } f^{-1}(8)=6\ .$$

グラフは次のようになる：



f のグラフは集合 $\{(1,3),(5,4),(6,8)\}$ であり，
f^{-1} のグラフは集合 $\{(3,1),(4,5),(8,6)\}$ である．

xy 座標平面において f のグラフと f^{-1} のグラフを考える．直線 $y=x$ に関して，点 $(3,1)$ は点 $(1,3)$ と対称であり，点 $(4,5)$ は点 $(5,4)$ と対称であり，点 $(8,6)$ は点 $(6,8)$ と対称である．よって，f^{-1} のグラフは f のグラフと直線 $y=x$ に関して対称である．終

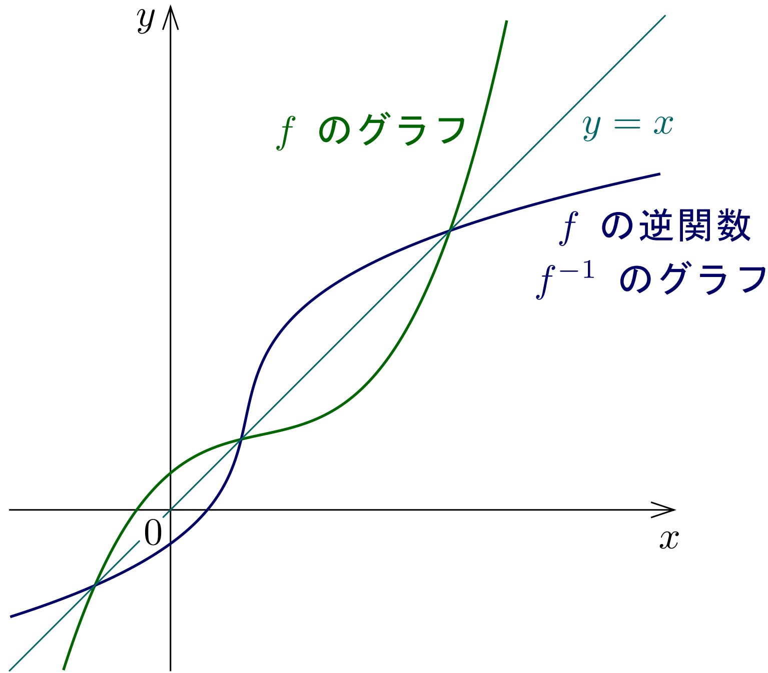
関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは成分が入れ替わる.

関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは成分が入れ替わる． xy 座標平面において，関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは x 座標と y 座標とが入れ替わる．

関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは成分が入れ替わる．xy 座標平面において，関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは x 座標と y 座標とが入れ替わる．x 座標と y 座標とが入れ替わった点は元の点と直線 $y = x$ に関して対称である．

関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは成分が入れ替わる．xy 座標平面において，関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは x 座標と y 座標とが入れ替わる．x 座標と y 座標とが入れ替わった点は元の点と直線 $y = x$ に関して対称である．従って，f^{-1} のグラフは f のグラフと直線 $y = x$ に関して対称である．

関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは成分が入れ替わる．xy 座標平面において，関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは x 座標と y 座標とが入れ替わる．x 座標と y 座標とが入れ替わった点は元の点と直線 $y = x$ に関して対称である．従って，f^{-1} のグラフは f のグラフと直線 $y = x$ に関して対称である．



7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，任意の実数 u と v とについて，

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u \ ;$$

7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，任意の実数 u と v とについて，

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u \ ;$$

従って，

$$\begin{aligned} \text{点 } (u, v) \text{ が } f \text{ のグラフに属す} &\iff f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u \\ &\iff \text{点 } (v, u) \text{ が } f^{-1} \text{ のグラフに属す} \ . \end{aligned}$$

7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，任意の実数 u と v とについて，

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u \ ;$$

従って，

$$\begin{aligned} \text{点 } (u,v) \text{ が } f \text{ のグラフに属す} &\iff f(u)=v \iff f^{-1}(v)=u \\ &\iff \text{点 } (v,u) \text{ が } f^{-1} \text{ のグラフに属す} . \end{aligned}$$

点 (u,v) と点 (v,u) とは直線 $y=x$ に関して対称である．従って f のグラフと f^{-1} のグラフとは直線 $y=x$ に関して対称である．

7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，任意の実数 u と v とについて，

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u\ ;$$

従って，

$$\begin{aligned} \text{点 } (u, v) \text{ が } f \text{ のグラフに属す} &\iff f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u \\ &\iff \text{点 } (v, u) \text{ が } f^{-1} \text{ のグラフに属す}\ . \end{aligned}$$

点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$ に関して対称である．従って f のグラフと f^{-1} のグラフとは直線 $y = x$ に関して対称である．

定理　xy 座標平面において，関数 f の逆関数 f^{-1} のグラフは f のグラフと直線 $y = x$ に関して対称である．