8.3　立方の逆関数

7.6 節で逆関数の定義を述べた.

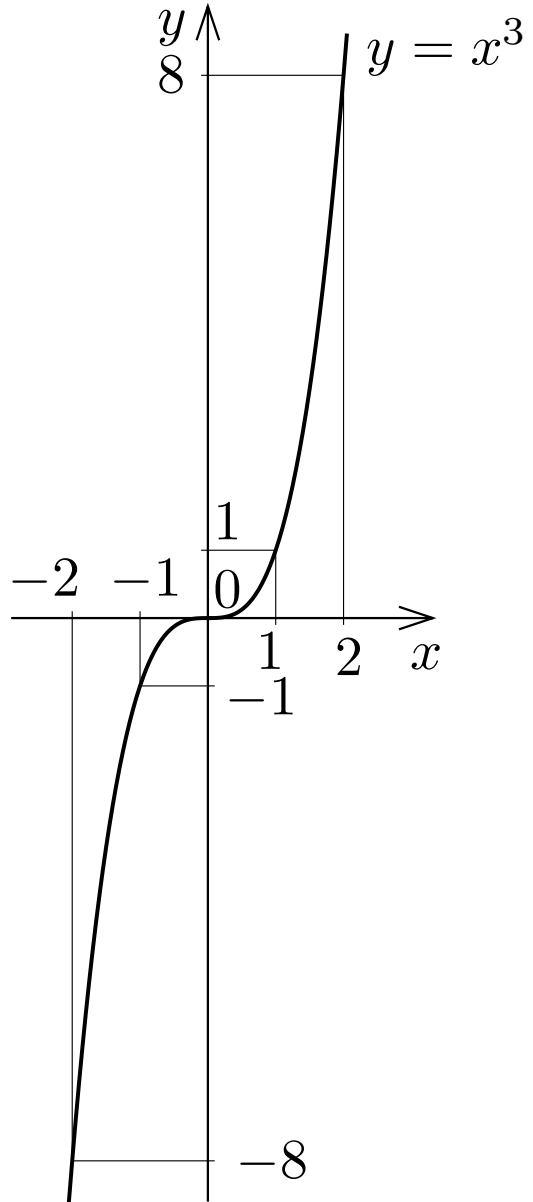
7.6 節で逆関数の定義を述べた. 関数 f の値域の各要素 y に対して $y = f(x)$ となる f の定義域の要素 x が唯一つあるとき, 関数 f の値域の各要素 y に対して $y = f(x)$ となる f の定義域の要素 x を定める対応を f の逆関数といい, f^{-1} と書き表す. 関数 f の逆関数 f^{-1} の定義域は f の値域である.

7.6 節で逆関数の定義を述べた. 関数 f の値域の各要素 y に対して $y = f(x)$ となる f の定義域の要素 x が唯一つあるとき, 関数 f の値域の各要素 y に対して $y = f(x)$ となる f の定義域の要素 x を定める対応を f の逆関数といい, f^{-1} と書き表す. 関数 f の逆関数 f^{-1} の定義域は f の値域である.

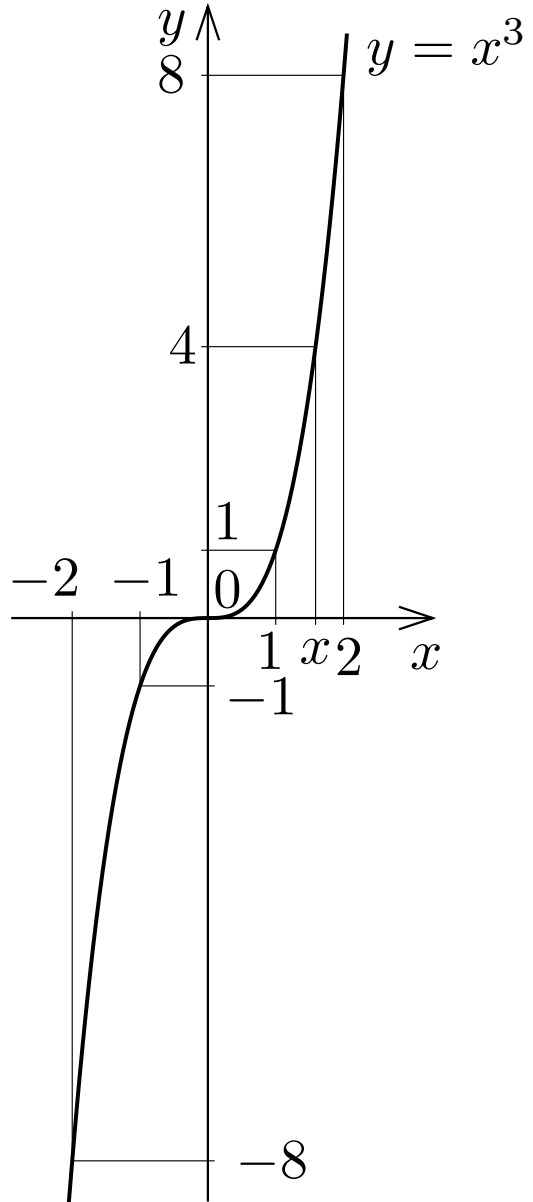
実数 x の 3 乗 x^3 を x の立方ということがある. 立方の逆関数を考える.

定義域が実数全体である関数 x^3 を考える.

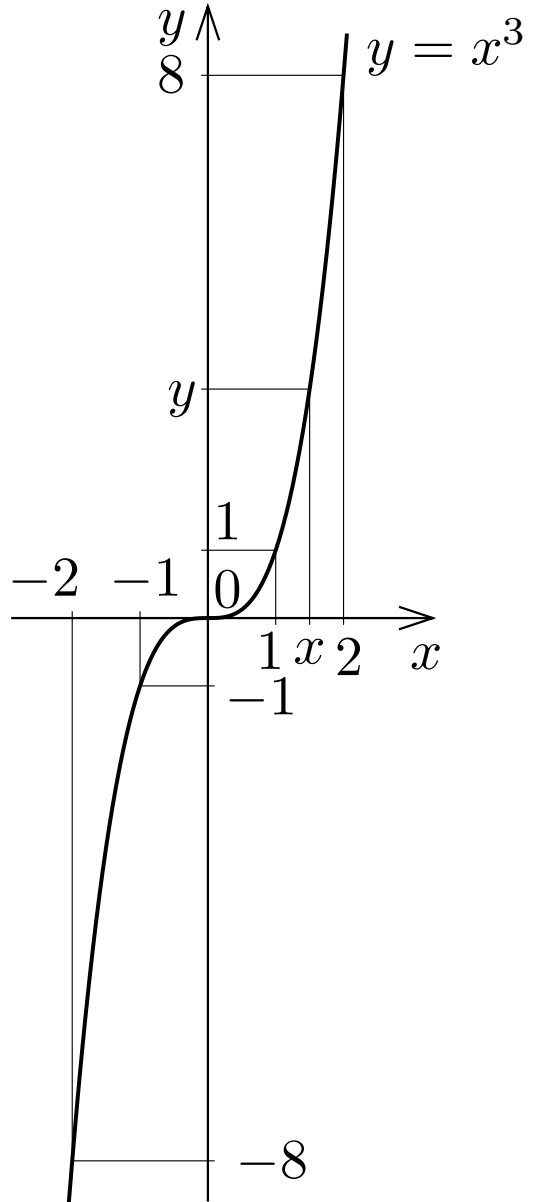
その値域は実数全体である.



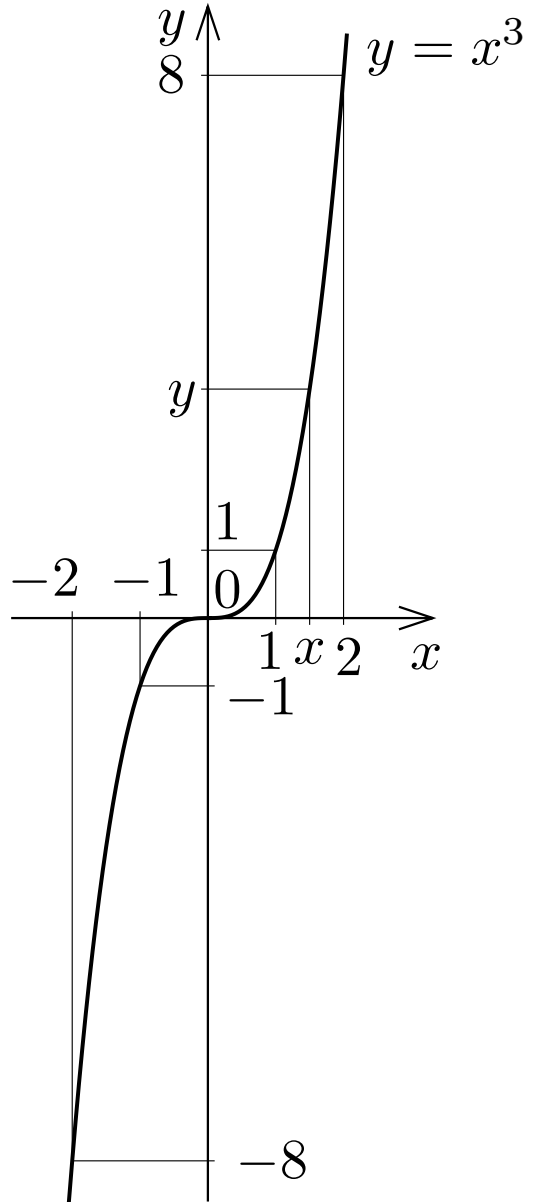
定義域が実数全体である関数 x^3 を考える. その値域は実数全体である. xy 座標平面における関数 $y = x^3$ のグラフを見ると, 例えば 4 に対して $4 = x^3$ である実数 x が唯一つある.



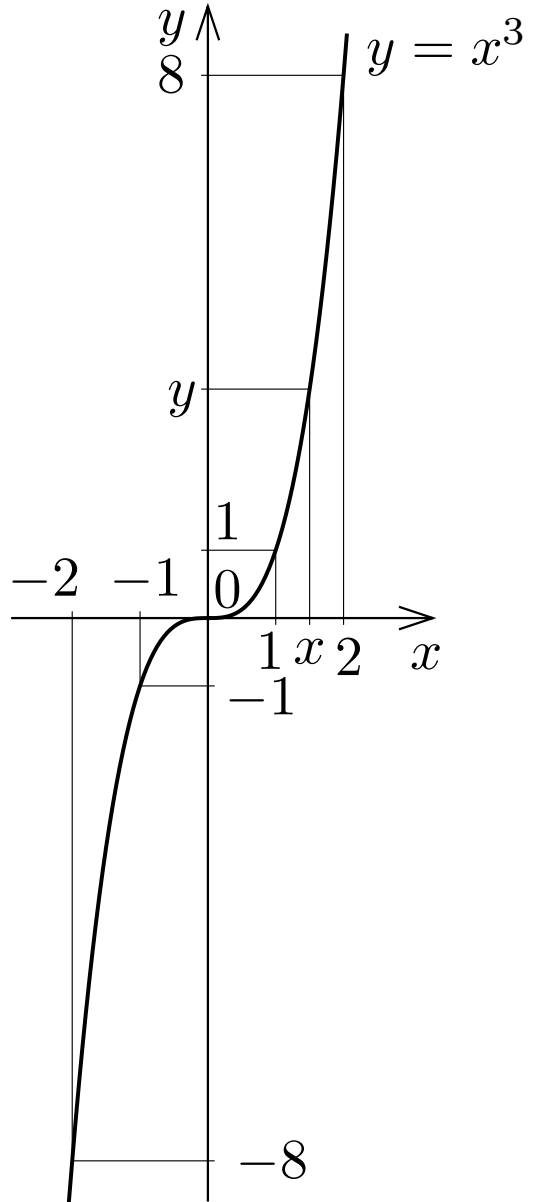
定義域が実数全体である関数 x^3 を考える. その値域は実数全体である. xy 座標平面における関数 $y = x^3$ のグラフを見ると, 例えば 4 に対して $4 = x^3$ である実数 x が唯一つある. このように, 各実数 y に対して $y = x^3$ である実数 x が唯一つある.



定義域が実数全体である関数 x^3 を考える．その値域は実数全体である．xy 座標平面における関数 $y = x^3$ のグラフを見ると，例えば 4 に対して $4 = x^3$ である実数 x が唯一つある．このように，各実数 y に対して $y = x^3$ である実数 x が唯一つある．よって，関数 x^3 の逆関数があり，その定義域は実数全体である．



定義域が実数全体である関数 x^3 を考える. その値域は実数全体である. xy 座標平面における関数 $y = x^3$ のグラフを見ると, 例えば 4 に対して $4 = x^3$ である実数 x が唯一つある. このように, 各実数 y に対して $y = x^3$ である実数 x が唯一つある. よって, 関数 x^3 の逆関数があり, その定義域は実数全体である. 関数 x^3 の逆関数の実数 x における値を $\sqrt[3]{x}$ と書き表す.



7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，

f の定義域の任意の実数 a について $f^{-1}\big(f(a)\big) = a$ ．

7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，

$$f \text{ の定義域の任意の実数 } a \text{ について } \quad f^{-1}\big(f(a)\big) = a \ .$$

定義域が実数全体である関数 x^3 を f とおく： $f(x) = x^3$ ． 関数 f の逆関数 f^{-1} があり，

$$\text{任意の実数 } a \text{ について } \quad f^{-1}\big(f(a)\big) = a \ ,$$

7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，

$$f \text{ の定義域の任意の実数 } a \text{ について } \ f^{-1}\big(f(a)\big) = a \ .$$

定義域が実数全体である関数 x^3 を f とおく： $f(x) = x^3$ ． 関数 f の逆関数 f^{-1} があり，

$$\text{任意の実数 } a \text{ について } \ f^{-1}\big(f(a)\big) = a \ ,$$

$f(x) = x^3$ ， $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ なので，

$$f^{-1}\big(f(a)\big) = \sqrt[3]{f(a)} = \sqrt[3]{a^3} \ ,$$

7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，

$$f \text{ の定義域の任意の実数 } a \text{ について } f^{-1}\big(f(a)\big) = a \ .$$

定義域が実数全体である関数 x^3 を f とおく： $f(x) = x^3$ ． 関数 f の逆関数 f^{-1} があり，

$$\text{任意の実数 } a \text{ について } f^{-1}\big(f(a)\big) = a \ ,$$

$f(x) = x^3$ ， $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ なので，

$$f^{-1}\big(f(a)\big) = \sqrt[3]{f(a)} = \sqrt[3]{a^3} \ ,$$

よって，

$$\text{任意の実数 } a \text{ について } \sqrt[3]{a^3} = a \ .$$

7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，

f の値域の任意の実数 a について $f\left(f^{-1}(a)\right) = a$ ．

7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，

$$f \text{ の値域の任意の実数 } a \text{ について } f\bigl(f^{-1}(a)\bigr) = a \ .$$

定義域が実数全体である関数 x^3 を f とおく：$f(x) = x^3$ ． f の値域は実数全体である．関数 f の逆関数 f^{-1} があり，

$$\text{任意の実数 } a \text{ について } f\bigl(f^{-1}(a)\bigr) = a \ ,$$

7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，

$$f \text{ の値域の任意の実数 } a \text{ について } f\left(f^{-1}(a)\right) = a \ .$$

定義域が実数全体である関数 x^3 を f とおく：$f(x) = x^3$ ． f の値域は実数全体である．関数 f の逆関数 f^{-1} があり，

$$\text{任意の実数 } a \text{ について } f\left(f^{-1}(a)\right) = a \ ,$$

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ ， $f(x) = x^3$ なので，

$$f\left(f^{-1}(a)\right) = \{f^{-1}(a)\}^3 = \left(\sqrt[3]{a}\right)^3 \ ,$$

7.6 節で次のことを述べた：関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき，

$$f \text{ の値域の任意の実数 } a \text{ について } f\left(f^{-1}(a)\right) = a \ .$$

定義域が実数全体である関数 x^3 を f とおく：$f(x) = x^3$ ． f の値域は実数全体である．関数 f の逆関数 f^{-1} があり，

$$\text{任意の実数 } a \text{ について } f\left(f^{-1}(a)\right) = a \ ,$$

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ ， $f(x) = x^3$ なので，

$$f\left(f^{-1}(a)\right) = \{f^{-1}(a)\}^3 = \left(\sqrt[3]{a}\right)^3 \ ,$$

よって，

$$\text{任意の実数 } a \text{ について } \left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a \ .$$

定理　任意の実数 a について,

$$\sqrt[3]{a^3} = a \ , \qquad \left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a \ .$$

$\left(\sqrt[3]{A}\right)^3$ を $\sqrt[3]{A^3}$ のように略す.

例 $64 = 4^3$ なので

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4 \ .$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

例 $64 = 4^3$ なので

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4 \ .$$

$-8 = (-2)^3$ なので

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2 \ .$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

例 $64 = 4^3$ なので

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4 \ .$$

$-8 = (-2)^3$ なので

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2 \ .$$

指数法則 $a^{mn} = (a^m)^n$ （m, n は自然数） を用いる：

$$\sqrt[3]{5}^{\,6} = \sqrt[3]{5}^{\,3\cdot 2} = \left(\sqrt[3]{5}^{\,3}\right)^2 = 5^2 = 25 \ .$$

終

$$\sqrt[3]{a}^{\,3} = a$$

問8.3 次の式を計算して簡単にせよ：$\sqrt[3]{125}$，$\sqrt[3]{-27}$，$\sqrt[3]{-2}^{15}$．

問8.3 次の式を計算して簡単にせよ：$\sqrt[3]{125}$，$\sqrt[3]{-27}$，$\sqrt[3]{-2}^{15}$．

$$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5 \ .$$

問8.3 次の式を計算して簡単にせよ：$\sqrt[3]{125}$，$\sqrt[3]{-27}$，$\sqrt[3]{-2}^{15}$．

$$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5 \ .$$

$$\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3 \ .$$

問8.3 次の式を計算して簡単にせよ：$\sqrt[3]{125}$，$\sqrt[3]{-27}$，$\sqrt[3]{-2}^{15}$．

$$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5 \ .$$

$$\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3 \ .$$

$$\sqrt[3]{-2}^{15} = \sqrt[3]{-2}^{3\cdot 5} = \left(\sqrt[3]{-2}^{3}\right)^5 = (-2)^5 = -32 \ .$$

平方根 $\sqrt{\ }$ に関する定理と似た次の定理が成り立つ.

定理　任意の実数 a, b について,

$$\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}\ , \qquad b \neq 0 \text{ のとき } \quad \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}\ .$$