8.4 冪関数

実数 a 及び自然数 n に対し，a の n 個の積を a の n 乗といい，a^n と書き表した：

$$a^n = \overbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}^{n\text{ 個の積}};$$

特に，$n = 0$ のときは $a^0 = 1$ と定めた．

実数 a 及び自然数 n に対し，a の n 個の積を a の n 乗といい，a^n と書き表した：

$$a^n = \overbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}^{n\text{ 個の積}} ;$$

特に，$n = 0$ のときは $a^0 = 1$ と定めた．a^0，a^1，a^2，a^3，… など，数 a を何個か（0 個以上）掛け合わせた積を a の冪という．

実数 a 及び自然数 n に対し，a の n 個の積を a の n 乗といい，a^n と書き表した：

$$a^n = \overbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}^{n\,\text{個の積}}\ ;$$

特に，$n = 0$ のときは $a^0 = 1$ と定めた．a^0，a^1，a^2，a^3，… など，数 a を何個か（0 個以上）掛け合わせた積を a の冪という．冪を表す式 a^n において，a を底といい，n を指数という．

$$\text{指数が } n \text{ の } a \text{ の冪 } \underbrace{\boxed{a}}_{\text{底}}{}^{\overbrace{\boxed{n}}^{\text{指数}}}$$

変数 x の冪 x^1，x^2，x^3，x^4，... は x の関数である．これらの関数を冪関数という．一般に，定数 n が正の自然数のとき，実数 x に x の冪 x^n を対応させる関数を，指数が n である冪関数という．

各実数 x について $(-x)^2 = x^2$ ．正の自然数 n が偶数のとき， $n = 2m$ （ m は正のある自然数） となるので，自然数指数の指数法則より，

$$
\begin{aligned}
(-x)^n &= (-x)^{2m} = \{(-x)^2\}^m = (x^2)^m = x^{2m} \\
&= x^n \ .
\end{aligned}
$$

各実数 x について $(-x)^2 = x^2$ ．正の自然数 n が偶数のとき， $n = 2m$ （ m は正のある自然数） となるので，自然数指数の指数法則より，

$$\begin{aligned}(-x)^n &= (-x)^{2m} = \{(-x)^2\}^m = (x^2)^m = x^{2m} \\ &= x^n \ .\end{aligned}$$

自然数 n が奇数のとき， $n = 2m+1$ （ m はある自然数） となるので，自然数指数の指数法則より，

$$\begin{aligned}(-x)^n &= (-x)^{2m+1} = (-x)^{2m} \cdot (-x) = -\{(-x)^2\}^m x \\ &= -(x^2)^m x = -x^{2m} x = -x^{2m+1} \\ &= -x^n \ .\end{aligned}$$

各実数 x について $(-x)^2 = x^2$ ．正の自然数 n が偶数のとき， $n = 2m$ （ m は正のある自然数） となるので，自然数指数の指数法則より，

$$(-x)^n = (-x)^{2m} = \{(-x)^2\}^m = (x^2)^m = x^{2m}$$

$$= x^n \ .$$

自然数 n が奇数のとき， $n = 2m+1$ （ m はある自然数） となるので，自然数指数の指数法則より，

$$(-x)^n = (-x)^{2m+1} = (-x)^{2m} \cdot (-x) = -\{(-x)^2\}^m x$$

$$= -(x^2)^m x = -x^{2m} x = -x^{2m+1}$$

$$= -x^n \ .$$

定理　正の自然数 n 及び任意の実数 x について，

n が奇数のとき $(-x)^n = -x^n$ ，　n が偶数のとき $(-x)^n = x^n$ ．

定理　正の自然数 n 及び任意の実数 x について，

$$n \text{ が奇数のとき } (-x)^n = -x^n \ , \qquad n \text{ が偶数のとき } (-x)^n = x^n \ .$$

この定理より，正の自然数 n を指数とする冪関数 x^n は，n が奇数のとき奇関数であり，n が偶数のとき偶関数である．

定理　正の自然数 n 及び任意の実数 x について，

$$n \text{ が奇数のとき } (-x)^n = -x^n \ , \qquad n \text{ が偶数のとき } (-x)^n = x^n \ .$$

この定理より，正の自然数 n を指数とする冪関数 x^n は，n が奇数のとき奇関数であり，n が偶数のとき偶関数である.

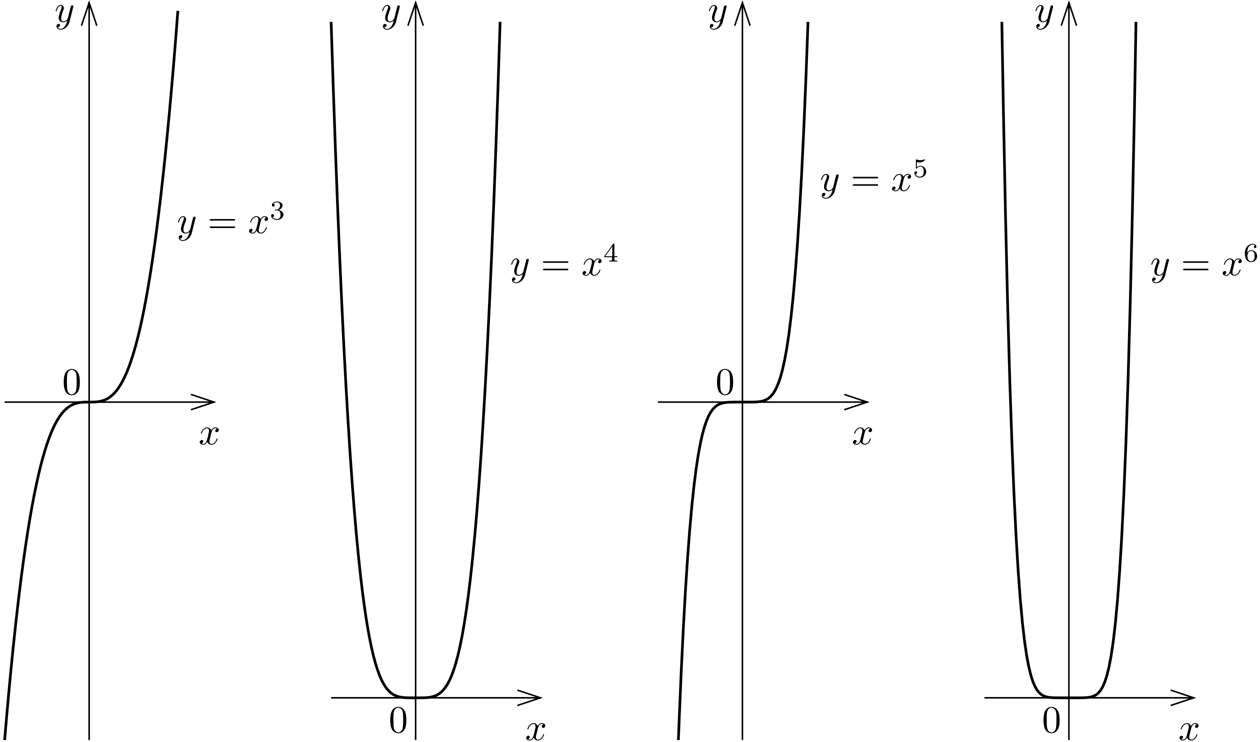
xy 座標平面において，奇関数のグラフは原点に関して対称であり，偶関数のグラフは y 軸に関して対称であった.

定理　正の自然数 n 及び任意の実数 x について，

$$n \text{ が奇数のとき } (-x)^n = -x^n \ , \qquad n \text{ が偶数のとき } (-x)^n = x^n \ .$$

　この定理より，正の自然数 n を指数とする冪関数 x^n は，n が奇数のとき奇関数であり，n が偶数のとき偶関数である．

　xy 座標平面において，奇関数のグラフは原点に関して対称であり，偶関数のグラフは y 軸に関して対称であった．従って，正の自然数 n を指数とする冪関数 $y = x^n$ のグラフは，n が奇数のとき原点に関して対称であり，n が偶数のとき y 軸に関して対称である．



冪関数 $y = x^n$ のグラフ