9.4　指数・対数に関する方程式

実数 a について $a>0$ かつ $a \neq 1$ とする．実数 r, s について $r, s > 0$ とする．

実数 a について $a>0$ かつ $a \neq 1$ とする．実数 r, s について $r, s>0$ とする．関数の性質より，

$$r=s \text{ ならば } \log_a r=\log_a s \ .$$

実数 a について $a>0$ かつ $a \neq 1$ とする．実数 r, s について $r, s>0$ とする．関数の性質より，

$$r=s \text{ ならば } \log_a r=\log_a s \ .$$

逆に， $\log_a r=\log_a s$ とすると，関数の性質より

$$a^{\log_a r}=a^{\log_a s} \ ,$$

　実数 a について $a>0$ かつ $a\neq 1$ とする．実数 r,s について $r,s>0$ とする．関数の性質より，

$$r=s \text{ ならば } \log_a r=\log_a s \ .$$

逆に， $\log_a r=\log_a s$ とすると，関数の性質より

$$a^{\log_a r}=a^{\log_a s} \ ,$$

$a^{\log_a r}=$ ， $a^{\log_a s}=$ なので，

　実数 a について $a>0$ かつ $a\neq 1$ とする．実数 r,s について $r,s>0$ とする．関数の性質より，

$$r=s \text{ ならば } \log_a r=\log_a s \ .$$

逆に， $\log_a r=\log_a s$ とすると，関数の性質より

$$a^{\log_a r}=a^{\log_a s}\ ,$$

$a^{\log_a r}=r$ ， $a^{\log_a s}=s$ なので， $r=s$ ．

実数 a について $a>0$ かつ $a\neq 1$ とする．実数 r, s について $r, s>0$ とする．関数の性質より，

$$r=s \text{ ならば } \log_a r=\log_a s \ .$$

逆に， $\log_a r=\log_a s$ とすると，関数の性質より

$$a^{\log_a r}=a^{\log_a s} \ ,$$

$a^{\log_a r}=r$ ， $a^{\log_a s}=s$ なので， $r=s$ ．従って，

$$\log_a r=\log_a s \text{ ならば } r=s \ .$$

　実数 a について $a>0$ かつ $a\neq 1$ とする．実数 r,s について $r,s>0$ とする．関数の性質より，

$$r=s \text{ ならば } \log_a r=\log_a s \ .$$

逆に， $\log_a r=\log_a s$ とすると，関数の性質より

$$a^{\log_a r}=a^{\log_a s} \ ,$$

$a^{\log_a r}=r$ ， $a^{\log_a s}=s$ なので， $r=s$ ．従って，

$$\log_a r=\log_a s \text{ ならば } r=s \ .$$

こうして次の定理が導かれる．

定理　実数 a について $a>0$ ， $a\neq 1$ とする． $r>0$ ， $s>0$ である任意の実数 r と s とについて，

$$r=s \iff \log_a r=\log_a s \ .$$

変数を含む式を指数とする冪の式を含む方程式を解く.

$\boxed{例}$ 変数 x に関する方程式 $5^{x-2} = 7$ を解く.

例 変数 x に関する方程式 $5^{x-2} = 7$ を解く.

各実数 x について $\log_5 5^{x-2} =$ 　　　　なので,

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $5^{x-2}=7$ を解く.

各実数 x について $\log_5 5^{x-2}=x-2$ なので，底が 5 である対数を考える.

$\log_a a^p = p$

例 変数 x に関する方程式 $5^{x-2}=7$ を解く.

各実数 x について $\log_5 5^{x-2}=x-2$ なので, 底が 5 である対数を考える. $5^{x-2}>0$ なので,

$$5^{x-2}=7 \iff \log_5 5^{x-2}=\log_5 7$$

$$r=s \iff \log_a r=\log_a s$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $5^{x-2}=7$ を解く.

各実数 x について $\log_5 5^{x-2}=x-2$ なので，底が 5 である対数を考える. $5^{x-2}>0$ なので，

$$5^{x-2}=7 \iff \underbrace{\log_5 5^{x-2}}_{\log_a a^p = p}=\log_5 7 \iff x-2=\log_5 7$$

例 変数 x に関する方程式 $5^{x-2}=7$ を解く.

各実数 x について $\log_5 5^{x-2}=x-2$ なので，底が 5 である対数を考える. $5^{x-2}>0$ なので，

$$5^{x-2}=7 \iff \log_5 5^{x-2}=\log_5 7 \iff x-2=\log_5 7$$
$$\iff x=2+\log_5 7 \ .$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $5^{x-2}=7$ を解く.

各実数 x について $\log_5 5^{x-2}=x-2$ なので，底が 5 である対数を考える. $5^{x-2}>0$ なので，

$$5^{x-2}=7 \iff \log_5 5^{x-2}=\log_5 7 \iff x-2=\log_5 7$$

$$\iff x=2+\log_5 7\ .$$

与えられた方程式 $5^{x-2}=7$ を解くと $x=2+\log_5 7$. $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 y に関する方程式 $3^{2y-7} = 75$ を解く.

$\boxed{\text{例}}$ 変数 y に関する方程式 $3^{2y-7}=75$ を解く.

各実数 y について $\log_3 3^{2y-7}=$ なので,

$\boxed{\text{例}}$ 変数 y に関する方程式 $3^{2y-7} = 75$ を解く.

各実数 y について $\log_3 3^{2y-7} = 2y - 7$ なので，底が 3 である対数を考える.

$$\log_a a^p = p$$

例 変数 y に関する方程式 $3^{2y-7}=75$ を解く.

各実数 y について $\log_3 3^{2y-7}=2y-7$ なので，底が 3 である対数を考える. $3^{2y-7}>0$ なので，与えられた方程式 $3^{2y-7}=75$ より,

$$\log_3 3^{2y-7}=\log_3 75\ ,$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 y に関する方程式 $3^{2y-7}=75$ を解く.

各実数 y について $\log_3 3^{2y-7}=2y-7$ なので, 底が 3 である対数を考える. $3^{2y-7}>0$ なので, 与えられた方程式 $3^{2y-7}=75$ より,

$$\log_3 3^{2y-7}=\log_3 75 \ ,$$

$$2y-7=\log_3 75 \ ,$$

$\boxed{例}$ 変数 y に関する方程式 $3^{2y-7} = 75$ を解く.

各実数 y について $\log_3 3^{2y-7} = 2y-7$ なので，底が 3 である対数を考える. $3^{2y-7} > 0$ なので，与えられた方程式 $3^{2y-7} = 75$ より,

$$\log_3 3^{2y-7} = \log_3 75 \ ,$$

$$2y-7 = \log_3 75 \ ,$$

$$2y = 7 + \log_3 75 \ ,$$

$$y = \frac{7+\log_3 75}{2} \ .$$

$\boxed{例}$ 変数 y に関する方程式 $3^{2y-7}=75$ を解く.

各実数 y について $\log_3 3^{2y-7}=2y-7$ なので，底が 3 である対数を考える. $3^{2y-7}>0$ なので，与えられた方程式 $3^{2y-7}=75$ より,

$$\log_3 3^{2y-7}=\log_3 75\ ,$$

$$2y-7=\log_3 75\ ,$$

$$2y=7+\log_3 75\ ,$$

$$y=\frac{7+\log_3 75}{2}\ .$$

更に

$$\frac{7+\log_3 75}{2}=\frac{7+\log_3(3\cdot 5^2)}{2}=\frac{7+1+2\log_3 5}{2}=4+\log_3 5\ .$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 y に関する方程式 $3^{2y-7} = 75$ を解く.

各実数 y について $\log_3 3^{2y-7} = 2y-7$ なので，底が 3 である対数を考える. $3^{2y-7} > 0$ なので，与えられた方程式 $3^{2y-7} = 75$ より，

$$\log_3 3^{2y-7} = \log_3 75 \ ,$$

$$2y-7 = \log_3 75 \ ,$$

$$2y = 7 + \log_3 75 \ ,$$

$$y = \frac{7+\log_3 75}{2} \ .$$

更に

$$\frac{7+\log_3 75}{2} = \frac{7+\log_3(3\cdot 5^2)}{2} = \frac{7+1+2\log_3 5}{2} = 4 + \log_3 5 \ .$$

故に与えられた方程式を解くと $y = 4+\log_3 5$. $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{問9.4.1}$ 変数 y に関する方程式 $5^{3y-5} = 40$ を解け.

与えられた方程式 $5^{3y-5} = 40$ より,

$\boxed{\text{問}9.4.1}$ 変数 y に関する方程式 $5^{3y-5} = 40$ を解け.

　与えられた方程式 $5^{3y-5} = 40$ より,

$$\log_5 5^{3y-5} = \log_5 40 \ ,$$

$$3y - 5 = \log_5 40 \ ,$$

$$y = \frac{5 + \log_5 40}{3} \ .$$

更に

$$\frac{5 + \log_5 40}{3} = \frac{5 + \log_5 (2^3 5)}{3} = \frac{5 + 1 + 3\log_5 2}{3} = 2 + \log_5 2 \ .$$

故に与えられた方程式を解くと $y = 2 + \log_5 2$. $\boxed{\text{終}}$

変数を含む式を真数とする対数の式を含む方程式を解く．前述の定理を用いる．

定理　実数 a について $a > 0$ ，$a \neq 1$ とする．$r > 0$ ，$s > 0$ である任意の実数 r と s とについて，

$$\log_a r = \log_a s \iff r = s\ .$$

等式の両辺が底が同じ一つの対数の式であるとき対数記号を外すことができる．

　変数を含む式を真数とする対数の式を含む方程式を解く．前述の定理を用いる．

定理　実数 a について $a>0$, $a \neq 1$ とする． $r>0$, $s>0$ である任意の実数 r と s とについて,

$$\log_a r = \log_a s \iff r = s \ .$$

　等式の両辺が底が同じ一つの対数の式であるとき対数記号を外すことができる．

　方程式の中に変数 x を含む式 $f(x)$ を真数とする対数の式 $\log_a f(x)$ が現れるとき，次のことに注意せよ：

対数の式 $\log_a f(x)$ の真数 $f(x)$ は正である；

　変数を含む式を真数とする対数の式を含む方程式を解く．前述の定理を用いる．

定理　実数 a について $a>0$，$a \neq 1$ とする．$r>0$，$s>0$ である任意の実数 r と s とについて，

$$\log_a r = \log_a s \iff r = s \ .$$

　等式の両辺が底が同じ一つの対数の式であるとき対数記号を外すことができる．

　方程式の中に変数 x を含む式 $f(x)$ を真数とする対数の式 $\log_a f(x)$ が現れるとき，次のことに注意せよ：

対数の式 $\log_a f(x)$ の真数 $f(x)$ は正である；

従って，その方程式が成り立つためには $f(x)>0$ でなければならない．このことを真数条件という．

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $\log_2(3x+1)=4$ を解く.

例 変数 x に関する方程式 $\log_2(3x+1)=4$ を解く.

対数の式 $\log_2(3x+1)$ の真数は正なので $3x+1>0$.

まず対数の式の真数が正になる条件（真数条件）を考える.

例 変数 x に関する方程式 $\log_2(3x+1)=4$ を解く.

対数の式 $\log_2(3x+1)$ の真数は正なので $3x+1>0$. 与えられた方程式 $\log_2(3x+1)=4$ について，右辺は $4=\log_2 \qquad = \log_2 \qquad$ なので，

右辺も底が 2 である一つの対数の式にする.

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $\log_2(3x+1)=4$ を解く.

対数の式 $\log_2(3x+1)$ の真数は正なので $3x+1>0$. 与えられた方程式 $\log_2(3x+1)=4$ について，右辺は $4=\log_2 2^4=\log_2 16$ なので，

$$p=\log_a a^p$$

$\boxed{例}$ 変数 x に関する方程式 $\log_2(3x+1)=4$ を解く.

対数の式 $\log_2(3x+1)$ の真数は正なので $3x+1>0$ ． 与えられた方程式 $\log_2(3x+1)=4$ について，右辺は $4=\log_2 2^4=\log_2 16$ なので，

$$\log_2(3x+1)=4 \iff \log_2(3x+1)=\log_2 16$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $\log_2(3x+1)=4$ を解く.

対数の式 $\log_2(3x+1)$ の真数は正なので $3x+1>0$. 与えられた方程式 $\log_2(3x+1)=4$ について, 右辺は $4=\log_2 2^4=\log_2 16$ なので,

$$\log_2(3x+1)=4 \iff \log_2(3x+1)=\log_2 16 \iff 3x+1=16$$

$$\log_a r=\log_a s \iff r=s$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $\log_2(3x+1)=4$ を解く.

対数の式 $\log_2(3x+1)$ の真数は正なので $3x+1>0$. 与えられた方程式 $\log_2(3x+1)=4$ について，右辺は $4=\log_2 2^4=\log_2 16$ なので，

$$\log_2(3x+1)=4 \iff \log_2(3x+1)=\log_2 16 \iff 3x+1=16$$

$$\iff x=5 \ .$$

例 変数 x に関する方程式 $\log_2(3x+1)=4$ を解く.

対数の式 $\log_2(3x+1)$ の真数は正なので $3x+1>0$. 与えられた方程式 $\log_2(3x+1)=4$ について，右辺は $4=\log_2 2^4=\log_2 16$ なので,

$$\log_2(3x+1)=4 \iff \log_2(3x+1)=\log_2 16 \iff 3x+1=16$$

$$\iff x=5\ .$$

$x=5$ のとき $3x+1>0$. 故に与えられた方程式を解くと $x=5$. 終

例 変数 x に関する方程式 $\log_2(3x+1)=4$ を解く.

対数の式 $\log_2(3x+1)$ の真数は正なので $3x+1>0$. 与えられた方程式 $\log_2(3x+1)=4$ について, 右辺は $4=\log_2 2^4=\log_2 16$ なので

$$\log_2(3x+1)=4 \iff \log_2(3x+1)=\log_2 16 \iff 3x+1=16$$
$$\iff x=5\ .$$

$x=5$ のとき $3x+1>0$. 故に与えられた方程式を解くと $x=5$. 終

この例では, 等式 $x=5$ を導く途中で $3x+1=16$ となるので, 真数条件 $3x+1>0$ は必然的に成り立つ ; よって実は真数条件を別途確認する必要はない.

$\boxed{\text{例}}$ 変数 k に関する方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ を解く.

$\boxed{\text{例}}$ 変数 k に関する方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ を解く.

対数の式の真数は正なので $4k-5>0$.

まず対数の式の真数が正になる条件（真数条件）を考える.

$\boxed{\text{例}}$ 変数 k に関する方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ を解く.

対数の式の真数は正なので $4k-5>0$. 与えられた方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ より

$$\log_9(4k-5) = \frac{1}{2}\ .$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 k に関する方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ を解く.

　対数の式の真数は正なので $4k-5>0$. 与えられた方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ より

$$\log_9(4k-5) = \frac{1}{2} \ .$$

この方程式の右辺は $\dfrac{1}{2} = \log_9 \qquad = \log_9 \qquad\qquad = \log_9 \qquad$ なので,

右辺も底が 9 である一つの対数の式にする.

$\boxed{\text{例}}$ 変数 k に関する方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ を解く.

　対数の式の真数は正なので $4k-5>0$. 与えられた方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ より

$$\log_9(4k-5) = \frac{1}{2} \ .$$

この方程式の右辺は $\dfrac{1}{2} = \log_9 9^{\frac{1}{2}} = \log_9(3^2)^{\frac{1}{2}} = \log_9 3$ なので,

$p = \log_a a^p$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 k に関する方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ を解く.

対数の式の真数は正なので $4k-5>0$. 与えられた方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ より

$$\log_9(4k-5) = \frac{1}{2} \ .$$

この方程式の右辺は $\dfrac{1}{2}=\log_9 9^{\frac{1}{2}}=\log_9(3^2)^{\frac{1}{2}}=\log_9 3$ なので,

$$\log_9(4k-5)=\log_9 3 \ ,$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 k に関する方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ を解く.

　対数の式の真数は正なので $4k-5>0$. 与えられた方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ より

$$\log_9(4k-5) = \frac{1}{2} \ .$$

この方程式の右辺は $\dfrac{1}{2} = \log_9 9^{\frac{1}{2}} = \log_9 (3^2)^{\frac{1}{2}} = \log_9 3$ なので,

$$\log_9(4k-5) = \log_9 3 \ ,$$

$$4k-5 = 3 \ ,$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 k に関する方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ を解く.

対数の式の真数は正なので $4k-5>0$. 与えられた方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ より

$$\log_9(4k-5) = \frac{1}{2} \ .$$

この方程式の右辺は $\frac{1}{2} = \log_9 9^{\frac{1}{2}} = \log_9 (3^2)^{\frac{1}{2}} = \log_9 3$ なので,

$$\log_9(4k-5) = \log_9 3 \ ,$$

$$4k-5 = 3 \ ,$$

$$4k = 8 \ ,$$

$$k = 2 \ .$$

例 変数 k に関する方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ を解く.

対数の式の真数は正なので $4k-5>0$. 与えられた方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ より

$$\log_9(4k-5)=\frac{1}{2}\ .$$

この方程式の右辺は $\dfrac{1}{2}=\log_9 9^{\frac{1}{2}}=\log_9(3^2)^{\frac{1}{2}}=\log_9 3$ なので,

$$\log_9(4k-5)=\log_9 3\ ,$$

$$4k-5=3\ ,$$

$$4k=8\ ,$$

$$k=2\ .$$

$k=2$ のとき $4k-5>0$. 故に与えられた方程式を解くと $k=2$. 終

$\boxed{\text{例}}$ 変数 k に関する方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ を解く.

対数の式の真数は正なので $4k-5>0$. 与えられた方程式 $2\log_9(4k-5)=1$ より

$$\log_9(4k-5)=\frac{1}{2}\ .$$

この方程式の右辺は $\dfrac{1}{2}=\log_9 9^{\frac{1}{2}}=\log_9(3^2)^{\frac{1}{2}}=\log_9 3$ なので,

$$\log_9(4k-5)=\log_9 3\ ,$$

$$4k-5=3\ ,$$

$$4k=8\ ,$$

$$k=2\ .$$

$k=2$ のとき $4k-5>0$. 故に与えられた方程式を解くと $k=2$. $\boxed{\text{終}}$

この例では, 等式 $k=2$ を導く途中で $4k-5=3$ となるので, 真数条件 $4k-5>0$ は必然的に成り立つ ; よって真数条件を別途確認する必要はない.

$\boxed{問 9.4.2}$ 変数 a に関する方程式 $2\log_4(5a-7)=3$ を解きなさい.

対数の式の真数は正なので $\qquad > 0$. 与えられた方程式 $2\log_4(5a-7)=3$ より,

$$\log_4(5a-7) = \qquad = \log_4 \qquad = \log_4 \qquad ,$$

問9.4.2 変数 a に関する方程式 $2\log_4(5a-7)=3$ を解きなさい.

対数の式の真数は正なので $5a-7>0$. 与えられた方程式 $2\log_4(5a-7)=3$ より,

$$\log_4(5a-7)=\frac{3}{2}=\log_4 4^{\frac{3}{2}}=\log_4 8\ ,$$

$$5a-7=8\ ,$$

$$a=3\ .$$

このとき $5a-7>0$. 故に与えられた方程式を解くと $a=3$. 終

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

対数の式の真数は正なので, $x+1>0$ かつ $x-5>0$.

まず対数の式の真数が正になる条件（真数条件）を考える.

$\boxed{例}$ 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

対数の式の真数は正なので, $x+1>0$ かつ $x-5>0$. 与えられた方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ について, 左辺は

$$\log_4(x+1)+\log_4(x-5) = \log_4\{(x+1)(x-5)\}\ ,$$

左辺を一つの対数の式にする.

$\boxed{例}$ 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

　対数の式の真数は正なので， $x+1>0$ かつ $x-5>0$ ．与えられた方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ について，左辺は

$$\log_4(x+1)+\log_4(x-5) = \log_4\{(x+1)(x-5)\}\ ,$$

右辺は $2=\log_4 \quad = \log_4 \quad$ なので，

右辺も底が 4 である一つの対数の式にする.

$\boxed{例}$ 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

　対数の式の真数は正なので, $x+1>0$ かつ $x-5>0$. 与えられた方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ について, 左辺は

$$\log_4(x+1)+\log_4(x-5) = \log_4\{(x+1)(x-5)\}\ ,$$

右辺は $2=\log_4 4^2=\log_4 16$ なので,

$p=\log_a a^p$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

対数の式の真数は正なので, $x+1>0$ かつ $x-5>0$. 与えられた方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ について, 左辺は

$$\log_4(x+1)+\log_4(x-5) = \log_4\{(x+1)(x-5)\}\ ,$$

右辺は $2=\log_4 4^2=\log_4 16$ なので,

$$\log_4\{(x+1)(x-5)\}=\log_4 16\ ,$$

$\boxed{例}$ 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

対数の式の真数は正なので, $x+1>0$ かつ $x-5>0$. 与えられた方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ について, 左辺は

$$\log_4(x+1)+\log_4(x-5) = \log_4\{(x+1)(x-5)\} ,$$

右辺は $2=\log_4 4^2=\log_4 16$ なので,

$$\log_4\{(x+1)(x-5)\}=\log_4 16 ,$$

$$(x+1)(x-5)=16 ,$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

対数の式の真数は正なので, $x+1>0$ かつ $x-5>0$. 与えられた方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ について, 左辺は

$$\log_4(x+1)+\log_4(x-5) = \log_4\{(x+1)(x-5)\}\ ,$$

右辺は $2=\log_4 4^2=\log_4 16$ なので,

$$\log_4\{(x+1)(x-5)\}=\log_4 16\ ,$$

$$(x+1)(x-5)=16\ ,$$

$$x^2-4x-21=0\ ,$$

例 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

対数の式の真数は正なので, $x+1>0$ かつ $x-5>0$. 与えられた方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ について, 左辺は

$$\log_4(x+1)+\log_4(x-5) = \log_4\{(x+1)(x-5)\} ,$$

右辺は $2=\log_4 4^2=\log_4 16$ なので,

$$\log_4\{(x+1)(x-5)\}=\log_4 16 ,$$

$$(x+1)(x-5)=16 ,$$

$$x^2-4x-21=0 ,$$

$$(x+3)(x-7)=0 ,$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

対数の式の真数は正なので, $x+1>0$ かつ $x-5>0$. 与えられた方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ について, 左辺は

$$\log_4(x+1)+\log_4(x-5) = \log_4\{(x+1)(x-5)\} \ ,$$

右辺は $2=\log_4 4^2=\log_4 16$ なので,

$$\log_4\{(x+1)(x-5)\}=\log_4 16 \ ,$$

$$(x+1)(x-5)=16 \ ,$$

$$x^2-4x-21=0 \ ,$$

$$(x+3)(x-7)=0 \ ,$$

$$x=7 \ \text{または} \ x=-3 \ .$$

例 変数 x に関する方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ を解く.

対数の式の真数は正なので, $x+1>0$ かつ $x-5>0$. 与えられた方程式 $\log_4(x+1)+\log_4(x-5)=2$ について, 左辺は

$$\log_4(x+1)+\log_4(x-5) = \log_4\{(x+1)(x-5)\} ,$$

右辺は $2=\log_4 4^2=\log_4 16$ なので,

$$\log_4\{(x+1)(x-5)\}=\log_4 16 ,$$

$$(x+1)(x-5)=16 ,$$

$$x^2-4x-21=0 ,$$

$$(x+3)(x-7)=0 ,$$

$$x=7 \text{ または } x=-3 .$$

$x=7$ のとき, $x+1=8>0$ かつ $x-5=2>0$. $x=-3$ のとき, $x+1\not>0$. 故に与えられた方程式を解くと $x=7$.

終

$\boxed{\text{問}9.4.3}$ 変数 x に関する方程式 $\log_3(x+5)+\log_3(x-3)=2$ を解け.

対数の式の真数は正なので, $\qquad > 0$ かつ $\qquad > 0$. 与えられた方程式 $\log_3(x+5)+\log_3(x-3)=2$ より,

$$\log_3\{\qquad\qquad\qquad\} = \log_3 \qquad ,$$

$\boxed{問 9.4.3}$ 変数 x に関する方程式 $\log_3(x+5)+\log_3(x-3)=2$ を解け.

　対数の式の真数は正なので, $x+5>0$ かつ $x-3>0$. 与えられた方程式 $\log_3(x+5)+\log_3(x-3)=2$ より,

$$\log_3\{(x+5)(x-3)\}=\log_3 3^2 \ ,$$

$$(x+5)(x-3)=9 \ ,$$

$$x+2x-24=0 \ ,$$

$$(x-4)(x+6)=0 \ ,$$

$$x=4 \ \text{または}\ x=-6 \ .$$

問9.4.3 変数 x に関する方程式 $\log_3(x+5)+\log_3(x-3)=2$ を解け.

対数の式の真数は正なので, $x+5>0$ かつ $x-3>0$. 与えられた方程式 $\log_3(x+5)+\log_3(x-3)=2$ より,

$$\log_3\{(x+5)(x-3)\}=\log_3 3^2 \ ,$$

$$(x+5)(x-3)=9 \ ,$$

$$x+2x-24=0 \ ,$$

$$(x-4)(x+6)=0 \ ,$$

$$x=4 \ \text{または} \ x=-6 \ .$$

$x+5>0$ かつ $x-3>0$ なので $x=4$. 故に与えられた方程式を解くと $x=4$.

終