

9.7 対数関数との合成関数のグラフ

xy 座標平面において関数のグラフを考える. 定数 a は実数で $a > 0$, $a \neq 1$ とする. 一般的に, 関数 f について,

$y = -f(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフと $y = \frac{1}{a}x$ に関して対称である.

xy 座標平面において関数のグラフを考える. 定数 a は実数で $a > 0$, $a \neq 1$ とする. 一般的に, 関数 f について,

$y = -f(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフと x 軸に関して対称である.

xy 座標平面において関数のグラフを考える. 定数 a は実数で $a > 0$, $a \neq 1$ とする. 一般的に, 関数 f について,

$y = -f(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフと x 軸に関して対称である.

ここで $f(x) = \log_a x$ とおく. $-f(x) = -\log_a x$ なので,

$y = -\log_a x$ のグラフは $y = \log_a x$ のグラフと x 軸に関して対称である.

xy 座標平面において関数のグラフを考える. 定数 a は実数で $a > 0$, $a \neq 1$ とする. 一般的に, 関数 f について,

$y = -f(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフと x 軸に関して対称である.

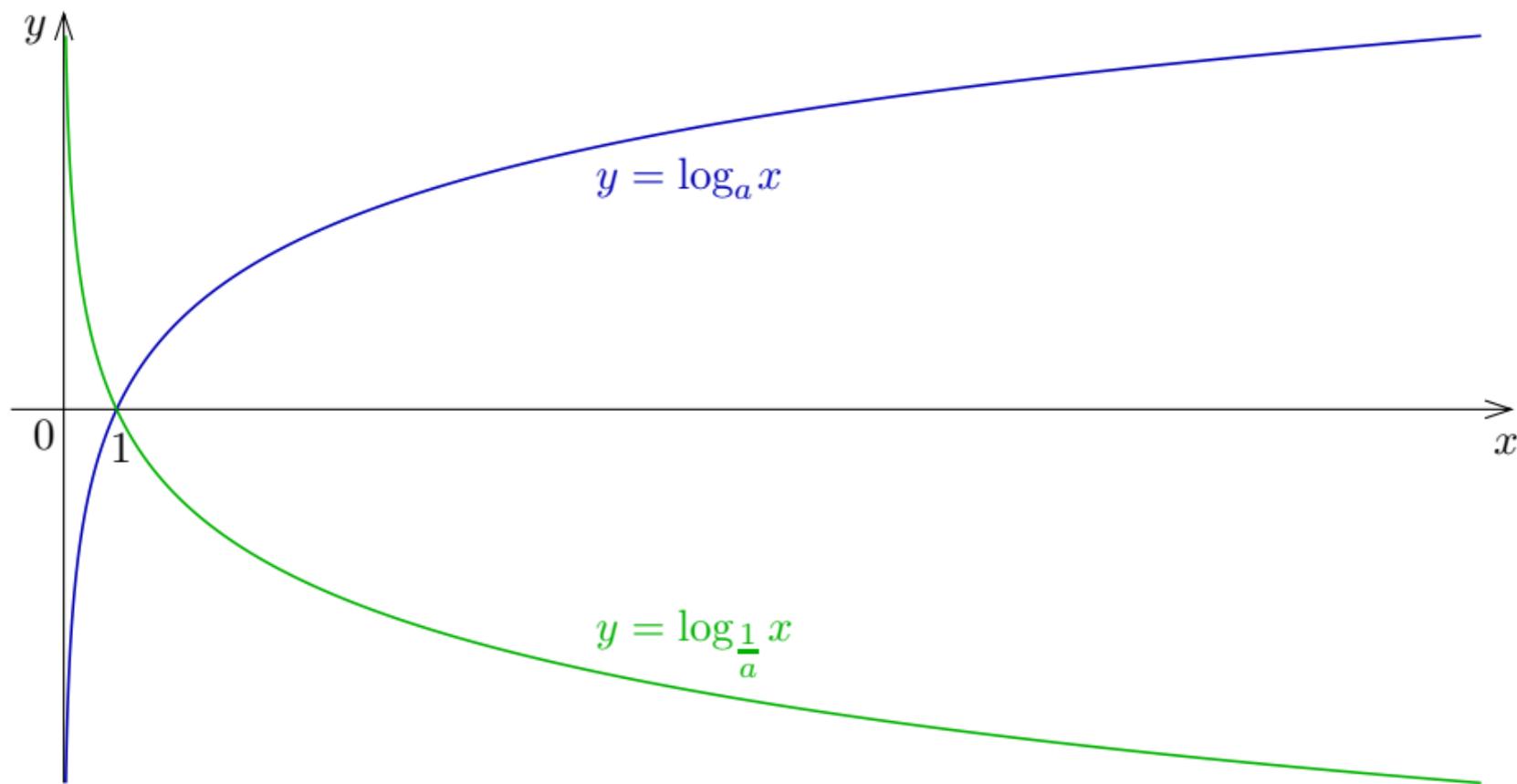
ここで $f(x) = \log_a x$ とおく. $-f(x) = -\log_a x$ なので,

$y = -\log_a x$ のグラフは $y = \log_a x$ のグラフと x 軸に関して対称である.

対数の底の変換公式より $\log_{\frac{1}{a}} x = \frac{\log_a x}{\log_a \frac{1}{a}} = \frac{\log_a x}{-1} = -\log_a x$ なので,

$y = \log_{\frac{1}{a}} x$ のグラフは $y = \log_a x$ のグラフと x 軸に関して対称である.

$y = \log_{\frac{1}{a}} x$ のグラフは $y = \log_a x$ のグラフと x 軸に関して対称である。
例えば $a > 1$ のとき次のようになる。



対数関数との合成関数のグラフを考える.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(3, \infty)$ である関数 $y = \log_2(4x - 12)$ のグラフを描く；またその漸近線を表す方程式を求める.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(3, \infty)$ である関数 $y = \log_2(4x - 12)$ のグラフを描く；またその漸近線を表す方程式を求める.

$y = \log_2(4x - 12)$ より,

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(3, \infty)$ である関数 $y = \log_2(4x - 12)$ のグラフを描く；またその漸近線を表す方程式を求める。

$y = \log_2(4x - 12)$ より、

$$2^y = 2^{\log_2(4x-12)} = 4x - 12 ,$$

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(3, \infty)$ である関数 $y = \log_2(4x - 12)$ のグラフを描く；またその漸近線を表す方程式を求める。

$y = \log_2(4x - 12)$ より、

$$2^y = 2^{\log_2(4x-12)} = 4x - 12 ,$$

$$4x = 2^y + 12 ,$$

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(3, \infty)$ である関数 $y = \log_2(4x - 12)$ のグラフを描く；またその漸近線を表す方程式を求める。

$y = \log_2(4x - 12)$ より、

$$2^y = 2^{\log_2(4x-12)} = 4x - 12 ,$$

$$4x = 2^y + 12 ,$$

$$x = \frac{2^y + 12}{4} = 2^{y-2} + 3 .$$

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(3, \infty)$ である関数 $y = \log_2(4x - 12)$ のグラフを描く；またその漸近線を表す方程式を求める。

$y = \log_2(4x - 12)$ より、

$$2^y = 2^{\log_2(4x-12)} = 4x - 12 ,$$

$$4x = 2^y + 12 ,$$

$$x = \frac{2^y + 12}{4} = 2^{y-2} + 3 .$$

x の値から $y = \log_2(4x - 12)$ の値を計算するより、 y の値から $x = 2^{y-2} + 3$ の値を計算する方が簡単である。

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(3, \infty)$ である関数 $y = \log_2(4x - 12)$ のグラフを描く；またその漸近線を表す方程式を求める。

$y = \log_2(4x - 12)$ より、

$$2^y = 2^{\log_2(4x-12)} = 4x - 12 ,$$

$$4x = 2^y + 12 ,$$

$$x = \frac{2^y + 12}{4} = 2^{y-2} + 3 .$$

y の値に対する $x = 2^{y-2} + 3$ の値との対応を調べると右の表のようになる。

y	$x = 2^{y-2} + 3$
0	$\frac{13}{4}$
1	$\frac{7}{2}$
2	4
3	5
4	7
5	11
6	19

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(3, \infty)$ である関数 $y = \log_2(4x - 12)$ のグラフを描く；またその漸近線を表す方程式を求める。

$y = \log_2(4x - 12)$ より、

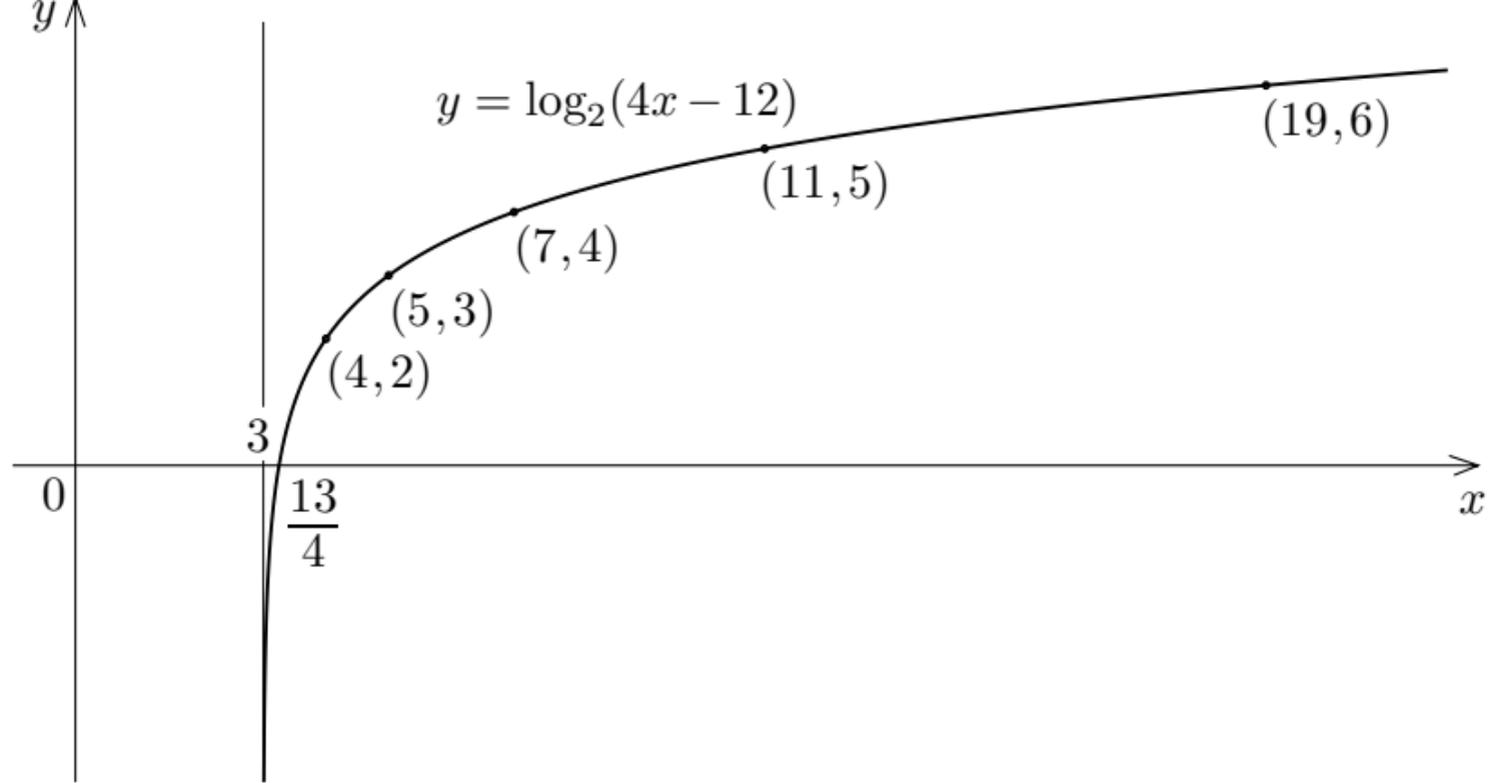
$$2^y = 2^{\log_2(4x-12)} = 4x - 12 ,$$

$$4x = 2^y + 12 ,$$

$$x = \frac{2^y + 12}{4} = 2^{y-2} + 3 .$$

y の値に対する $x = 2^{y-2} + 3$ の値との対応を調べると右の表のようになる。定義域が区間 $(3, \infty)$ である関数 $2^{y-2} + 3$ のグラフは次のようになる。

y	$x = 2^{y-2} + 3$
0	$\frac{13}{4}$
1	$\frac{7}{2}$
2	4
3	5
4	7
5	11
6	19



定義域が区間 $(3, \infty)$ である関数 $y = \log_2(4x - 12)$ のグラフの漸近線は方程式 $x = 3$ で表される直線である.

問9.7.1 xy 座標平面において定義域が区間 $(-2, \infty)$ である関数 $y = \log_3(9x + 18)$ のグラフを描け；またその漸近線を表す方程式を求めよ.

$$y = \log_3(9x + 18) \text{ より,}$$

$$3^y =$$

$$=$$

$$x =$$

y の値に対する $x =$ の値との対応は右の表のようになる. 関数 $y = \log_3(9x + 18)$ のグラフは以下のようなになる. 漸近線を表す方程式は, $=$ つまり $x =$ である.

y	$x =$
0	
1	
2	
3	
4	
5	

問9.7.1 xy 座標平面において定義域が区間 $(-2, \infty)$ である関数 $y = \log_3(9x + 18)$ のグラフを描け；またその漸近線を表す方程式を求めよ.

$$y = \log_3(9x + 18) \text{ より,}$$

$$3^y = 3^{\log_3(9x+18)} = 9x + 18 ,$$

$$9x = 3^y - 18 ,$$

$$x = \frac{3^y - 18}{9} = 3^{y-2} - 2 .$$

y の値に対する $x = 3^{y-2} - 2$ の値との対応は右の表のようになる. 関数 $y = \log_3(9x + 18)$ のグラフは以下のようなになる. 漸近線を表す方程式は, $y = 2$ つまり $x = -2$ である.

y	$x = 3^{y-2} - 2$
0	
1	
2	
3	
4	
5	

問9.7.1 xy 座標平面において定義域が区間 $(-2, \infty)$ である関数 $y = \log_3(9x + 18)$ のグラフを描け；またその漸近線を表す方程式を求めよ.

$$y = \log_3(9x + 18) \text{ より,}$$

$$3^y = 3^{\log_3(9x+18)} = 9x + 18 ,$$

$$9x = 3^y - 18 ,$$

$$x = \frac{3^y - 18}{9} = 3^{y-2} - 2 .$$

y の値に対する $x = 3^{y-2} - 2$ の値との対応は右の表のようになる. 関数 $y = \log_3(9x + 18)$ のグラフは以下のようなになる. 漸近線を表す方程式は, $x = -2$ つまり $x = -2$ である.

y	$x = 3^{y-2} - 2$
0	$-\frac{17}{9}$
1	$-\frac{5}{3}$
2	-1
3	1
4	7
5	25

問9.7.1 xy 座標平面において定義域が区間 $(-2, \infty)$ である関数 $y = \log_3(9x + 18)$ のグラフを描け；またその漸近線を表す方程式を求めよ.

$$y = \log_3(9x + 18) \text{ より,}$$

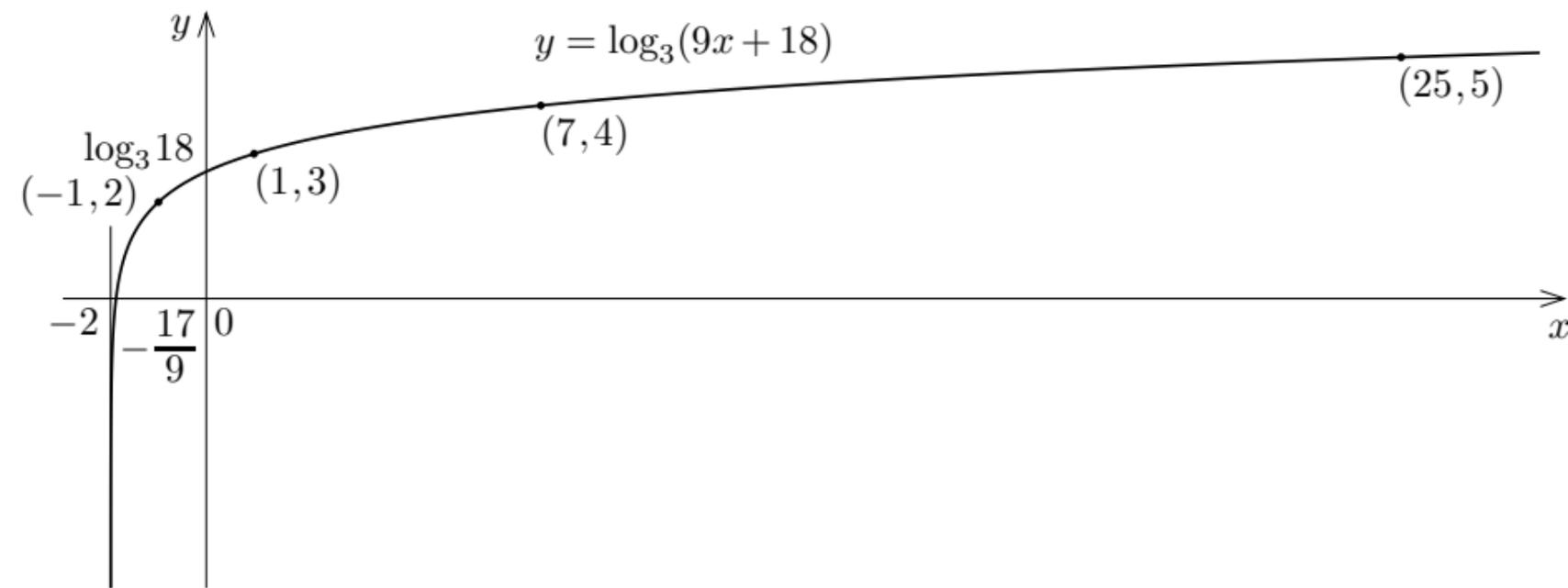
$$3^y = 3^{\log_3(9x+18)} = 9x + 18 ,$$

$$9x = 3^y - 18 ,$$

$$x = \frac{3^y - 18}{9} = 3^{y-2} - 2 .$$

y の値に対する $x = 3^{y-2} - 2$ の値との対応は右の表のようになる. 関数 $y = \log_3(9x + 18)$ のグラフは以下のようなになる. 漸近線を表す方程式は, $9x + 18 = 0$ つまり $x = -2$ である.

y	$x = 3^{y-2} - 2$
0	$-\frac{17}{9}$
1	$-\frac{5}{3}$
2	-1
3	1
4	7
5	25



例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{80}{9}, 18\right]$ である関数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4$ のグラフを描く.

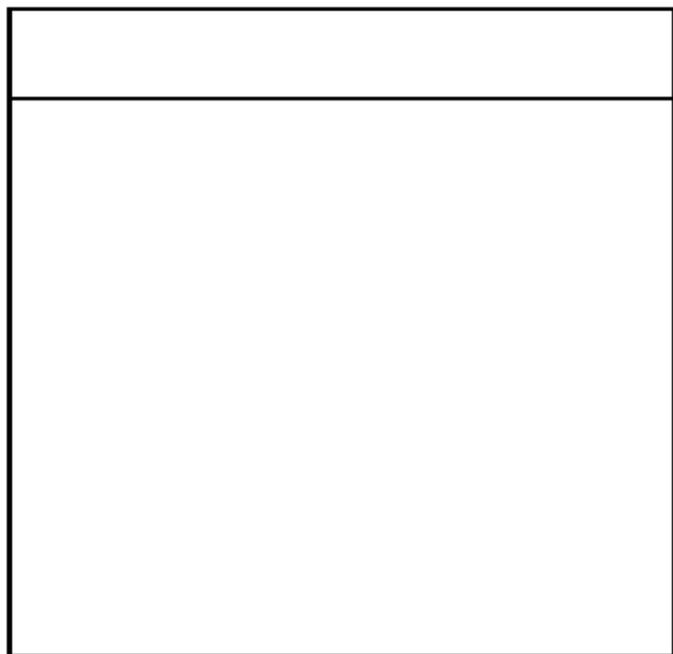
例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{80}{9}, 18\right]$ である関数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4$ のグラフを描く.

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4 = \frac{\log_3(x+9)}{\log_3 \frac{1}{3}} + 4 = 4 - \log_3(x+9) .$$

例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{80}{9}, 18\right]$ である関数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4$ のグラフを描く.

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4 = \frac{\log_3(x+9)}{\log_3 \frac{1}{3}} + 4 = 4 - \log_3(x+9) .$$

これより, $\log_3(x+9) = 4 - y = \log_3 3^{4-y}$,
 $x+9 = 3^{4-y}$, $x = 3^{4-y} - 9$.



例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{80}{9}, 18\right]$ である関数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4$ のグラフを描く.

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4 = \frac{\log_3(x+9)}{\log_3 \frac{1}{3}} + 4 = 4 - \log_3(x+9) .$$

これより, $\log_3(x+9) = 4 - y = \log_3 3^{4-y}$,
 $x+9 = 3^{4-y}$, $x = 3^{4-y} - 9$. 変数 t を
 $t = 4 - y$ とおく. $y = 4 - t$. $x = 3^t - 9$.

t	$x = 3^t - 9$	$y = 4 - t$

例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{80}{9}, 18\right]$ である関数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4$ のグラフを描く.

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4 = \frac{\log_3(x+9)}{\log_3 \frac{1}{3}} + 4 = 4 - \log_3(x+9) .$$

これより, $\log_3(x+9) = 4 - y = \log_3 3^{4-y}$,
 $x+9 = 3^{4-y}$, $x = 3^{4-y} - 9$. 変数 t を
 $t = 4 - y$ とおく. $y = 4 - t$. $x = 3^t - 9$.
 $-\frac{80}{9} \leq x \leq 18$ より, $-\frac{80}{9} \leq 3^t - 9 \leq 18$,
 $\frac{1}{9} \leq 3^t \leq 27$, $\log_3 \frac{1}{9} \leq \log_3 3^t \leq \log_3 27$,
 $-2 \leq t \leq 3$.

t	$x = 3^t - 9$	$y = 4 - t$

例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{80}{9}, 18\right]$ である関数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4$ のグラフを描く.

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4 = \frac{\log_3(x+9)}{\log_3 \frac{1}{3}} + 4 = 4 - \log_3(x+9) .$$

これより, $\log_3(x+9) = 4 - y = \log_3 3^{4-y}$,
 $x+9 = 3^{4-y}$, $x = 3^{4-y} - 9$. 変数 t を
 $t = 4 - y$ とおく. $y = 4 - t$. $x = 3^t - 9$.
 $-\frac{80}{9} \leq x \leq 18$ より, $-\frac{80}{9} \leq 3^t - 9 \leq 18$,
 $\frac{1}{9} \leq 3^t \leq 27$, $\log_3 \frac{1}{9} \leq \log_3 3^t \leq \log_3 27$,
 $-2 \leq t \leq 3$. この範囲で, t の値に対する
 $x = 3^t - 9$ の値と $y = 4 - t$ の値との対応
 を調べる

t	$x = 3^t - 9$	$y = 4 - t$
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		

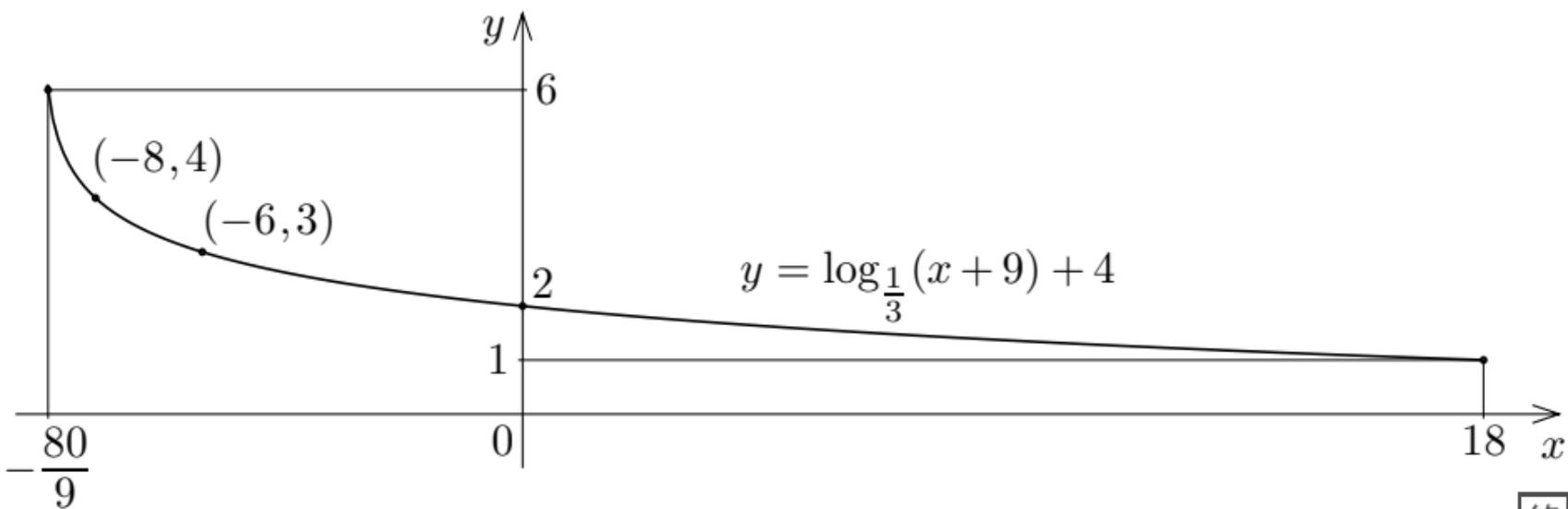
例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{80}{9}, 18\right]$ である関数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4$ のグラフを描く.

$$y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 4 = \frac{\log_3(x+9)}{\log_3 \frac{1}{3}} + 4 = 4 - \log_3(x+9) .$$

これより, $\log_3(x+9) = 4 - y = \log_3 3^{4-y}$,
 $x+9 = 3^{4-y}$, $x = 3^{4-y} - 9$. 変数 t を
 $t = 4 - y$ とおく. $y = 4 - t$. $x = 3^t - 9$.
 $-\frac{80}{9} \leq x \leq 18$ より, $-\frac{80}{9} \leq 3^t - 9 \leq 18$,
 $\frac{1}{9} \leq 3^t \leq 27$, $\log_3 \frac{1}{9} \leq \log_3 3^t \leq \log_3 27$,
 $-2 \leq t \leq 3$. この範囲で, t の値に対する
 $x = 3^t - 9$ の値と $y = 4 - t$ の値との対応
を調べると右の表のようになる.

t	$x = 3^t - 9$	$y = 4 - t$
-2	$\frac{1}{9} - 9 = -\frac{80}{9}$	6
-1	$\frac{1}{3} - 9 = -\frac{26}{3}$	5
0	$1 - 9 = -8$	4
1	$3 - 9 = -6$	3
2	$9 - 9 = 0$	2
3	$27 - 9 = 18$	1

定義域区間 $\left[-\frac{80}{9}, 18\right]$ である関数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+9) + 2$ のグラフは次のようになる。



終

問9.7.2 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[\frac{33}{8}, 20\right]$ である関数

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1$ のグラフを描け.

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1 = \frac{\log_2(\quad)}{\log_2} + 1 = \quad .$$

これより, $\log_2(x-4) = \quad = \log_2 \quad ,$

$x-4 = \quad , x = \quad .$ 変数 t を

$t = \quad$ とおく. $y = \quad . x = \quad .$

$\frac{33}{8} \leq x \leq 20$ より, $\frac{33}{8} \leq \quad \leq 20 ,$

$\leq 2^t \leq \quad , \log_2 \leq \log_2 2^t \leq \log_2 \quad ,$

$\leq t \leq \quad .$ この範囲で, t の値に対する

$x = \quad$ の値と $y = \quad$ の値との対応

を調べると右の表のようになる.

t	$x =$	$y =$

問9.7.2 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[\frac{33}{8}, 20\right]$ である関数

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1$ のグラフを描け.

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1 = \frac{\log_2(x-4)}{\log_2\frac{1}{2}} + 1 = 1 - \log_2(x-4) .$$

これより, $\log_2(x-4) = \quad = \log_2 \quad ,$

$x-4 = \quad , x = \quad .$ 変数 t を

$t = \quad$ とおく. $y = \quad . x = \quad .$

$\frac{33}{8} \leq x \leq 20$ より, $\frac{33}{8} \leq \quad \leq 20 ,$

$\leq 2^t \leq \quad , \log_2 \leq \log_2 2^t \leq \log_2 \quad ,$

$\leq t \leq \quad .$ この範囲で, t の値に対する

$x = \quad$ の値と $y = \quad$ の値との対応

を調べると右の表のようになる.

t	$x =$	$y =$

問9.7.2 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[\frac{33}{8}, 20\right]$ である関数

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1$ のグラフを描け.

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1 = \frac{\log_2(x-4)}{\log_2 \frac{1}{2}} + 1 = 1 - \log_2(x-4) .$$

これより, $\log_2(x-4) = 1 - y = \log_2 2^{1-y}$,

$x-4 = 2^{1-y}$, $x = 2^{1-y} + 4$. 変数 t を

$t =$ とおく. $y =$. $x =$.

$\frac{33}{8} \leq x \leq 20$ より, $\frac{33}{8} \leq$ ≤ 20 ,

$\leq 2^t \leq$, \log_2 $\leq \log_2 2^t \leq \log_2$,

$\leq t \leq$. この範囲で, t の値に対する

$x =$ の値と $y =$ の値との対応

を調べると右の表のようになる.

t	$x =$	$y =$

問9.7.2 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[\frac{33}{8}, 20\right]$ である関数

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1$ のグラフを描け.

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1 = \frac{\log_2(x-4)}{\log_2 \frac{1}{2}} + 1 = 1 - \log_2(x-4).$$

これより, $\log_2(x-4) = 1 - y = \log_2 2^{1-y}$,

$x-4 = 2^{1-y}$, $x = 2^{1-y} + 4$. 変数 t を

$t = 1 - y$ とおく. $y = 1 - t$. $x = 2^t + 4$.

$\frac{33}{8} \leq x \leq 20$ より, $\frac{33}{8} \leq 2^t + 4 \leq 20$,

$\frac{1}{8} \leq 2^t \leq 16$, $\log_2 \frac{1}{8} \leq \log_2 2^t \leq \log_2 16$,

$-3 \leq t \leq 4$. この範囲で, t の値に対する

$x =$ の値と $y =$ の値との対応

を調べると右の表のようになる.

t	$x = 2^t + 4$	$y = 1 - t$
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		
4		

問9.7.2 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[\frac{33}{8}, 20\right]$ である関数

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1$ のグラフを描け.

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1 = \frac{\log_2(x-4)}{\log_2 \frac{1}{2}} + 1 = 1 - \log_2(x-4).$$

これより, $\log_2(x-4) = 1 - y = \log_2 2^{1-y}$,

$x-4 = 2^{1-y}$, $x = 2^{1-y} + 4$. 変数 t を

$t = 1 - y$ とおく. $y = 1 - t$. $x = 2^t + 4$.

$\frac{33}{8} \leq x \leq 20$ より, $\frac{33}{8} \leq 2^t + 4 \leq 20$,

$\frac{1}{8} \leq 2^t \leq 16$, $\log_2 \frac{1}{8} \leq \log_2 2^t \leq \log_2 16$,

$-3 \leq t \leq 4$. この範囲で, t の値に対する

$x = 2^t + 4$ の値と $y = 1 - t$ の値との対応

を調べると右の表のようになる.

t	$x = 2^t + 4$	$y = 1 - t$
-3	$\frac{1}{8} + 4 = \frac{33}{8}$	4
-2	$\frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4}$	3
-1	$\frac{1}{2} + 4 = \frac{9}{2}$	2
0	$1 + 4 = 5$	1
1	$2 + 4 = 6$	0
2	$4 + 4 = 8$	-1
3	$8 + 4 = 12$	-2
4	$16 + 4 = 20$	-3

定義域が区間 $\left[\frac{33}{8}, 20\right]$ である関数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1$ のグラフは次のようになる。

