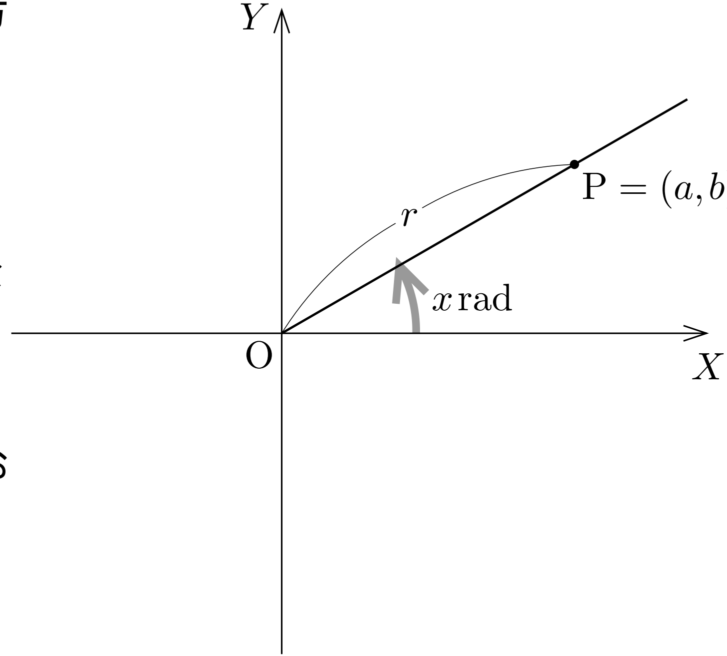
10.7 三角関数が現れる方程式・不等式

実数を表す変数を含む式における三角関数の値に関する方程式を解くことを考える.

例 実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．変数 x は実数を表すので角度（実数に角度の単位を付けたもの）を答えないこと．

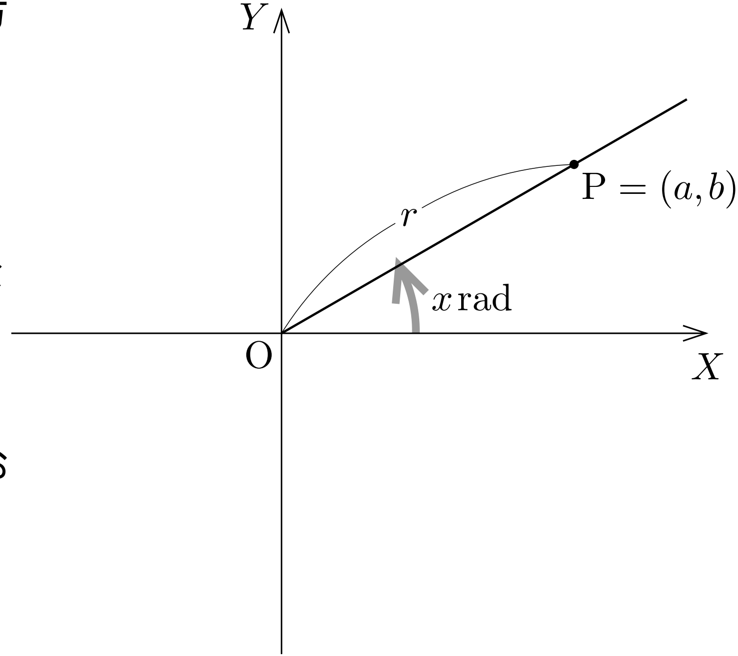
$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

　XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P}=(a\,,b)$ ($\mathrm{P}\neq\mathrm{O}$) をとり，$r=\overline{\mathrm{OP}}$ とおく．



$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

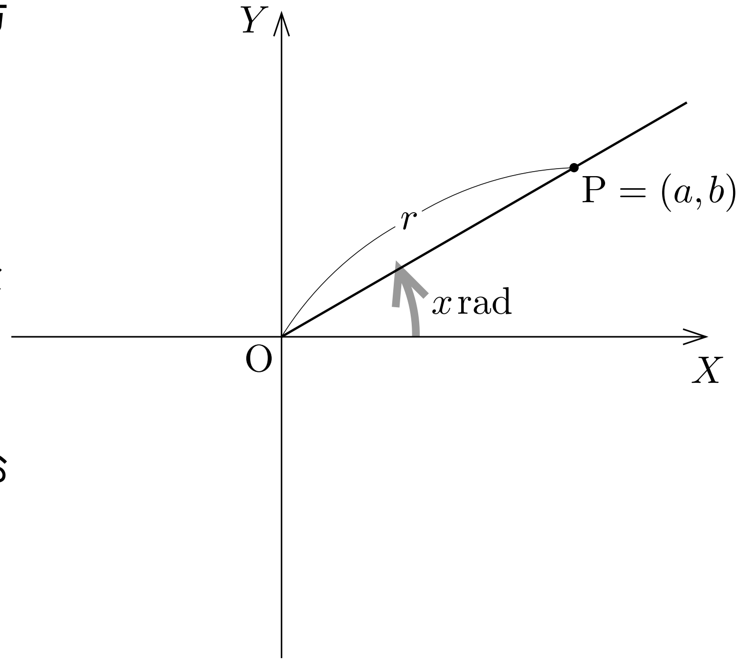
　XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$（$\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$）をとり，$r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．$r^2 = \overline{\mathrm{OP}}^{\,2} = a^2 + b^2$ ．



$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

　XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$ ($\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$) をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく． $r^2 = \overline{\mathrm{OP}}^{\,2} = a^2 + b^2$ ．

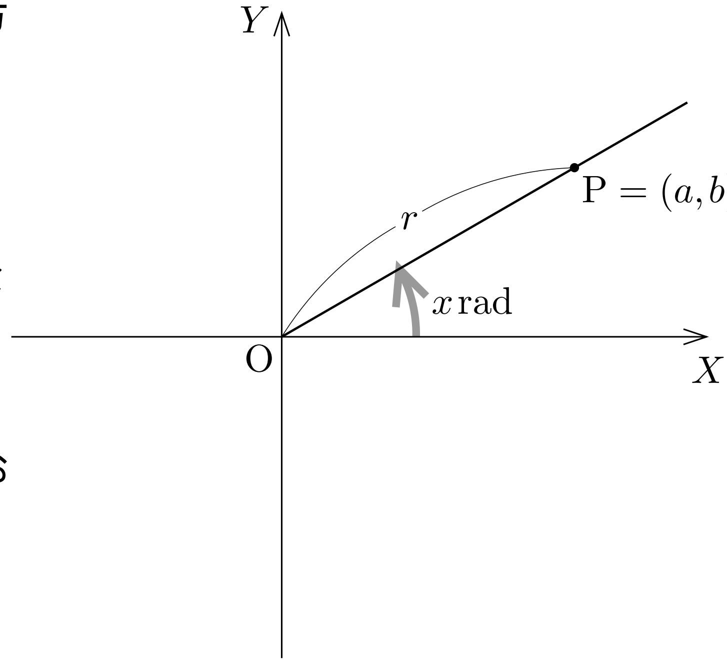
$$- = \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}\ .$$



$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

　XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$（ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく． $r^2 = \overline{\mathrm{OP}}^{\,2} = a^2 + b^2$ ．

$$\frac{a}{r} = \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \ .$$

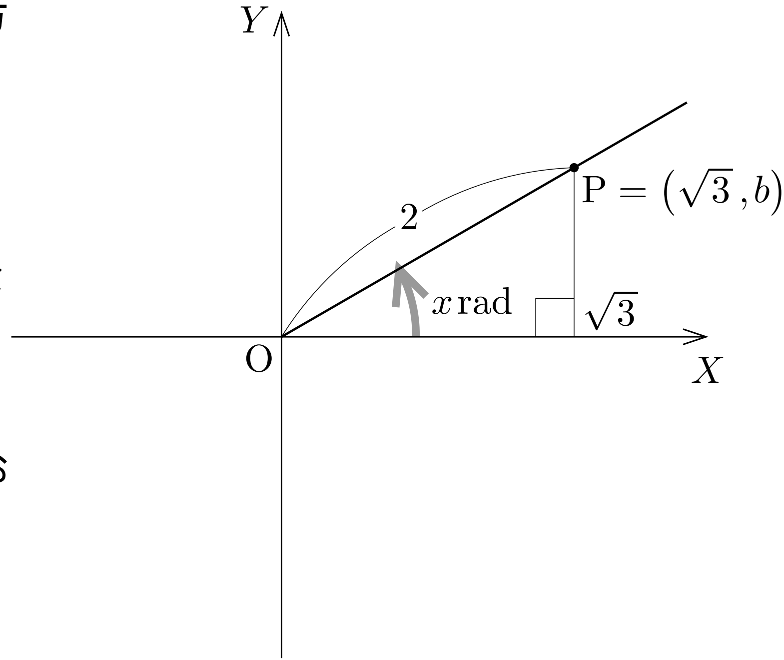


$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める.

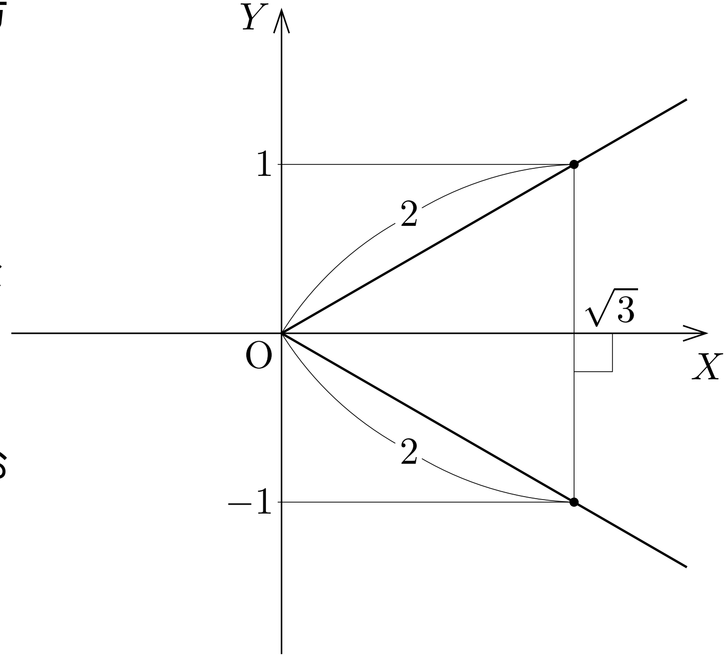
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属する点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$ ($\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$) をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく． $r^2 = \overline{\mathrm{OP}}^{\,2} = a^2 + b^2$.

$$\frac{a}{r} = \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \ .$$

$r = \overline{\mathrm{OP}} = 2$ とすると， $a = \sqrt{3}$,



$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める.



XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$ ($\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$) をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく． $r^2 = \overline{\mathrm{OP}}^{\,2} = a^2 + b^2$.

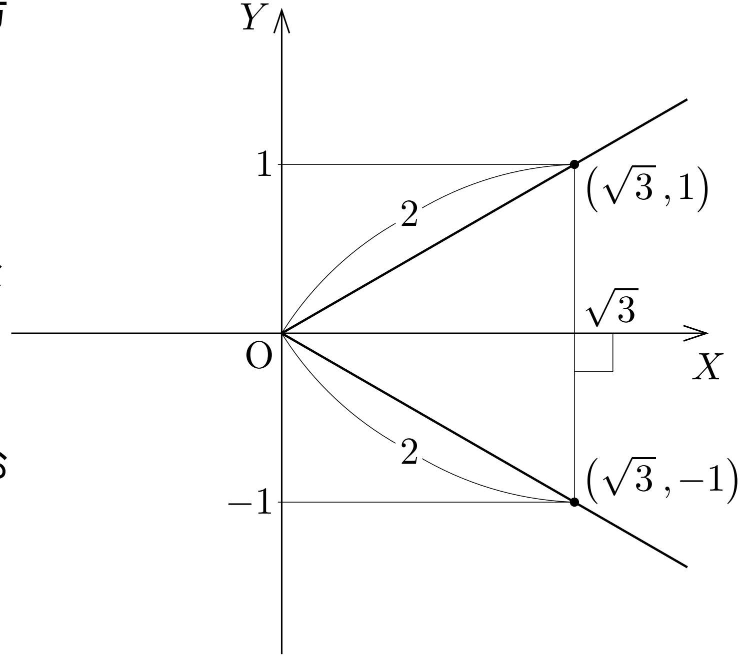
$$\frac{a}{r} = \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \ .$$

$r = \overline{\mathrm{OP}} = 2$ とすると， $a = \sqrt{3}$ ， $b^2 = r^2 - a^2 = 2^2 - \sqrt{3}^{\,2} = 1$ なので $b = \pm 1$,

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

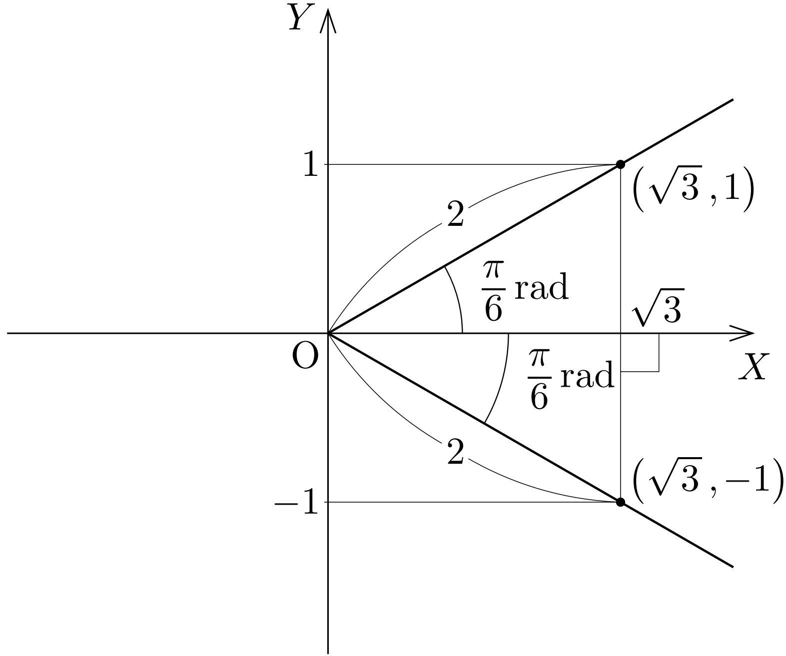
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,,b)$ ($\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$) をとり，$r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．$r^2 = \overline{\mathrm{OP}}^{\,2} = a^2 + b^2$ ．

$$\frac{a}{r} = \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \ .$$

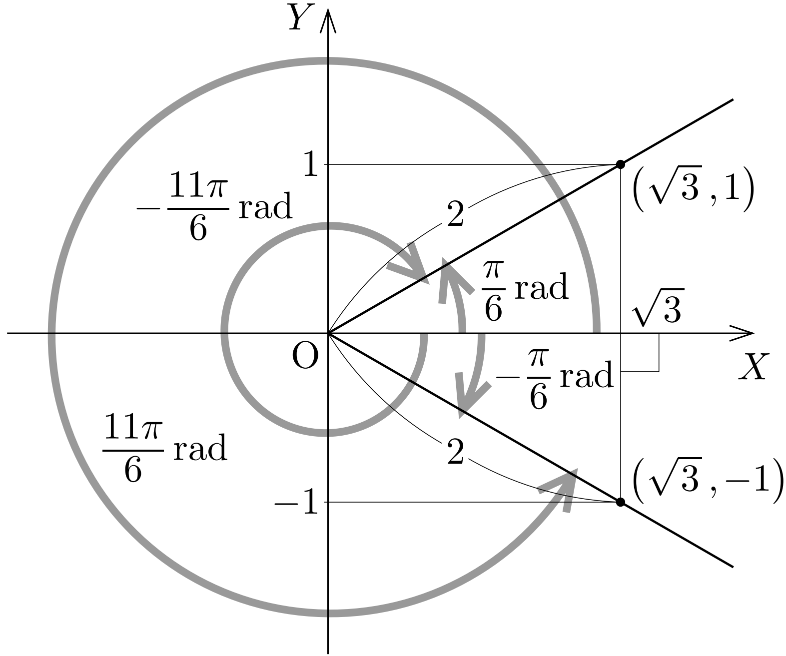


$r = \overline{\mathrm{OP}} = 2$ とすると，$a = \sqrt{3}$ ，$b^2 = r^2 - a^2 = 2^2 - \sqrt{3}^{\,2} = 1$ なので $b = \pm 1$ ，よって $\mathrm{P} = \left(\sqrt{3}\,,1\right)$ または $\mathrm{P} = \left(\sqrt{3}\,,-1\right)$ ．

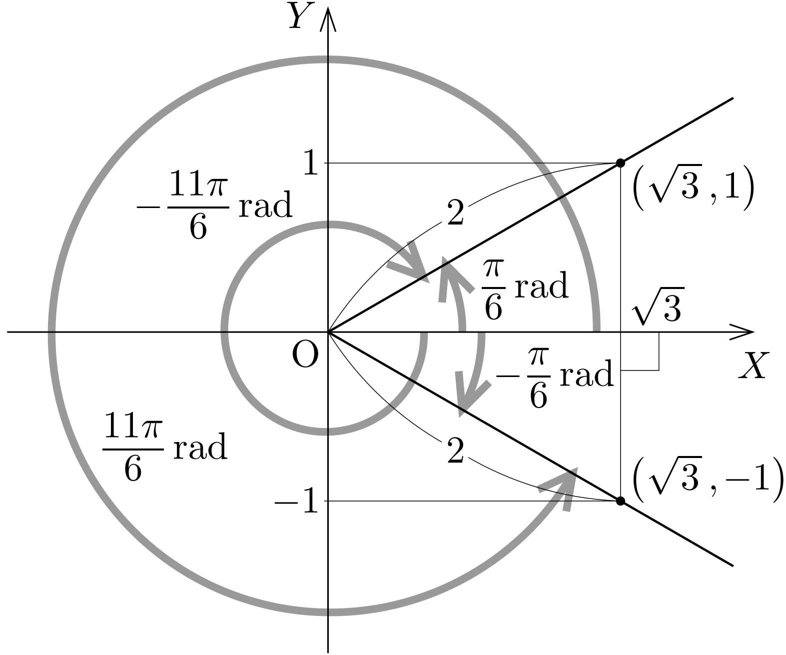
始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について $\overline{\mathrm{OP}}=2$ とすると，$\mathrm{P}=(\sqrt{3}\,,1)$ または $\mathrm{P}=(\sqrt{3}\,,-1)$ ．



始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について $\overline{\mathrm{OP}}=2$ とすると，$\mathrm{P}=(\sqrt{3}\,,1)$ または $\mathrm{P}=(\sqrt{3}\,,-1)$ ．始線 OX に対する線分 OP の角度 $x\,\mathrm{rad}$ を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$\dfrac{\pi}{6}\,\mathrm{rad}\,,-\dfrac{\pi}{6}\,\mathrm{rad}$,
$\dfrac{11\pi}{6}\,\mathrm{rad}\,,-\dfrac{11\pi}{6}\,\mathrm{rad}$ ．



始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について $\overline{\mathrm{OP}}=2$ とすると，$\mathrm{P}=(\sqrt{3}\,,1)$ または $\mathrm{P}=(\sqrt{3}\,,-1)$ ．始線 $\mathrm{O}X$ に対する線分 OP の角度 $x\,\mathrm{rad}$ を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$\dfrac{\pi}{6}\,\mathrm{rad}$, $-\dfrac{\pi}{6}\,\mathrm{rad}$, $\dfrac{11\pi}{6}\,\mathrm{rad}$, $-\dfrac{11\pi}{6}\,\mathrm{rad}$ ．方程式 $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$x=\dfrac{\pi}{6}, -\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{11\pi}{6}, -\dfrac{11\pi}{6}$ ．



終

実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解は，$\dfrac{\pi}{6}, -\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{11\pi}{6}, -\dfrac{11\pi}{6}$ などである．

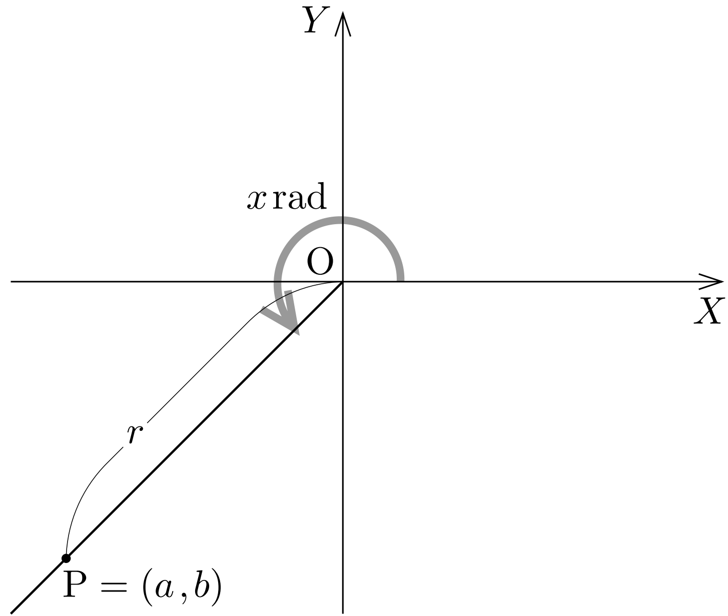
角度を表す変数 θ に関する方程式 $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解は，$30^\circ = \dfrac{\pi}{6}\,\mathrm{rad}$，$-30^\circ = -\dfrac{\pi}{6}\,\mathrm{rad}$，$150^\circ = \dfrac{11\pi}{6}\,\mathrm{rad}$，$-150^\circ = -\dfrac{11\pi}{6}\,\mathrm{rad}$ などである．

角度の単位 rad は略すことがある．角度の単位が略されているときは単位は rad であると考える．

例 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sin x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sin x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

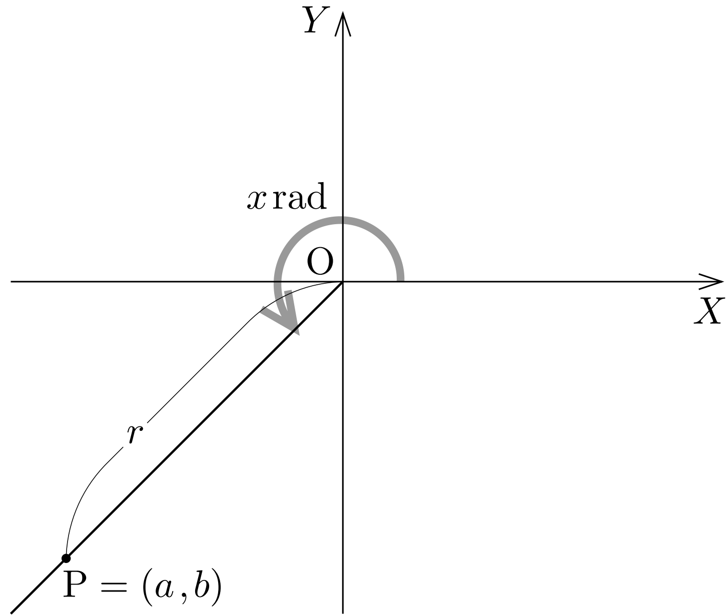
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P}=(a\,,b)$ ($\mathrm{P}\neq\mathrm{O}$) をとり，$r=\overline{\mathrm{OP}}$ とおく．$r^2=\overline{\mathrm{OP}}^{\,2}=a^2+b^2$ ．



例 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sin x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

　XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$（ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく． $r^2 = \overline{\mathrm{OP}}^{\,2} = a^2 + b^2$ ．

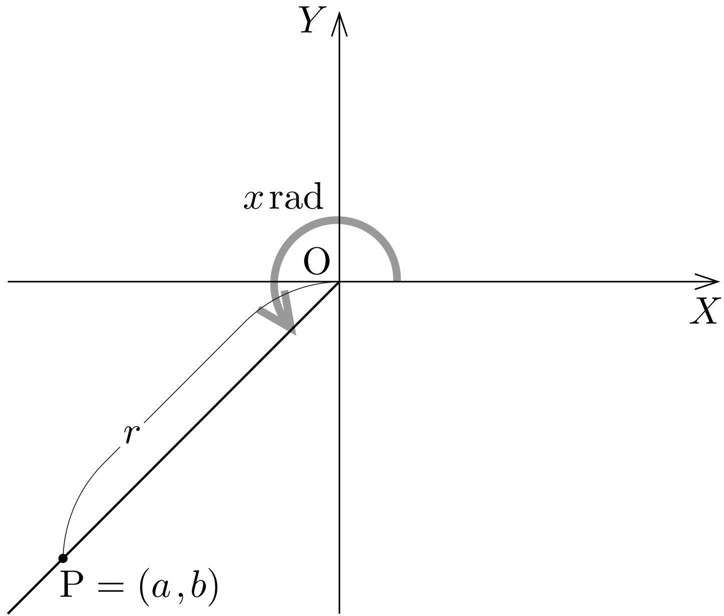
$$- = \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}\ .$$



$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sin x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める.

XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P}=(a\,,b)$ ($\mathrm{P}\neq\mathrm{O}$) をとり， $r=\overline{\mathrm{OP}}$ とおく. $r^2=\overline{\mathrm{OP}}^2=a^2+b^2$.

$$\frac{b}{r}=\sin x=-\frac{1}{\sqrt{2}}\ .$$

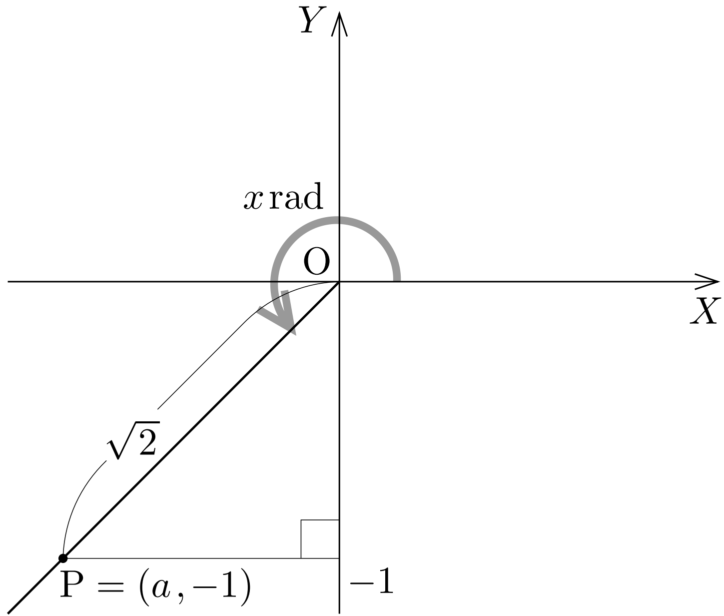


$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sin x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める.

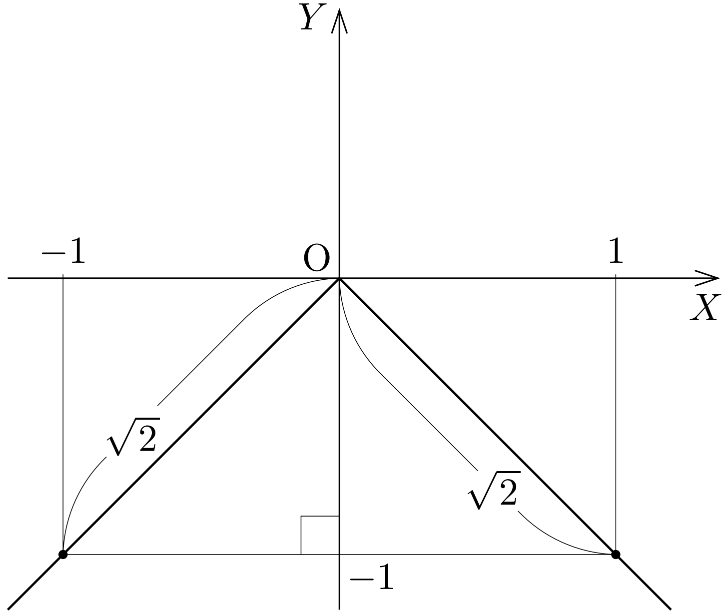
　XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,,b)$ ($\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$) をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく． $r^2 = \overline{\mathrm{OP}}^{\,2} = a^2 + b^2$.

$$\frac{b}{r} = \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \ .$$

$r = \overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{2}$ とすると， $b = -1$,



$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sin x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．



XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,,b)$ ($\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$) をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく． $r^2 = \overline{\mathrm{OP}}^{\,2} = a^2 + b^2$ ．

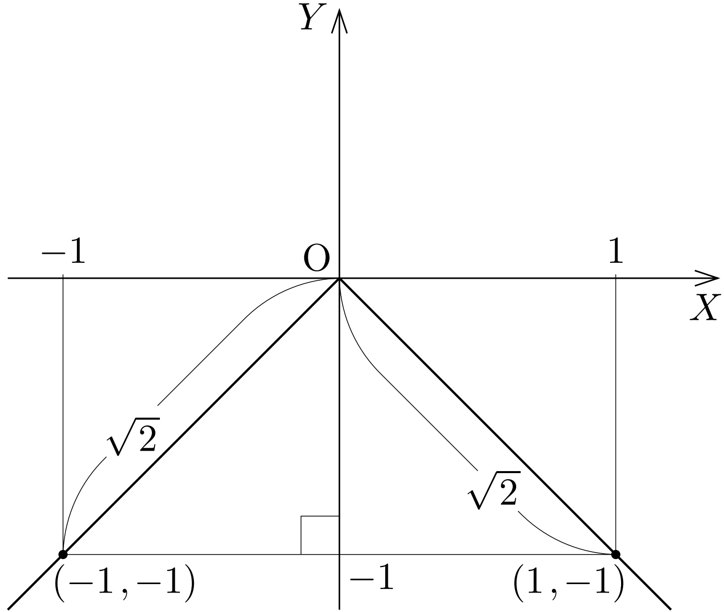
$$\frac{b}{r} = \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}\ .$$

$r = \overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{2}$ とすると， $b = -1$ ， $a^2 = r^2 - b^2 = \sqrt{2}^{\,2} - (-1)^2 = 1$ なので $a = \pm 1$ ，

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sin x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

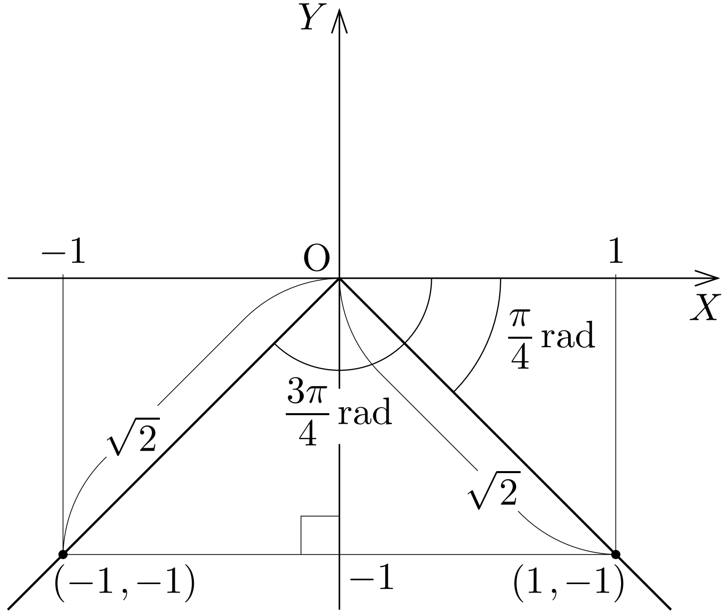
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,,b)$ ($\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$) をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく． $r^2 = \overline{\mathrm{OP}}^{\,2} = a^2 + b^2$ ．

$$\frac{b}{r} = \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}\ .$$

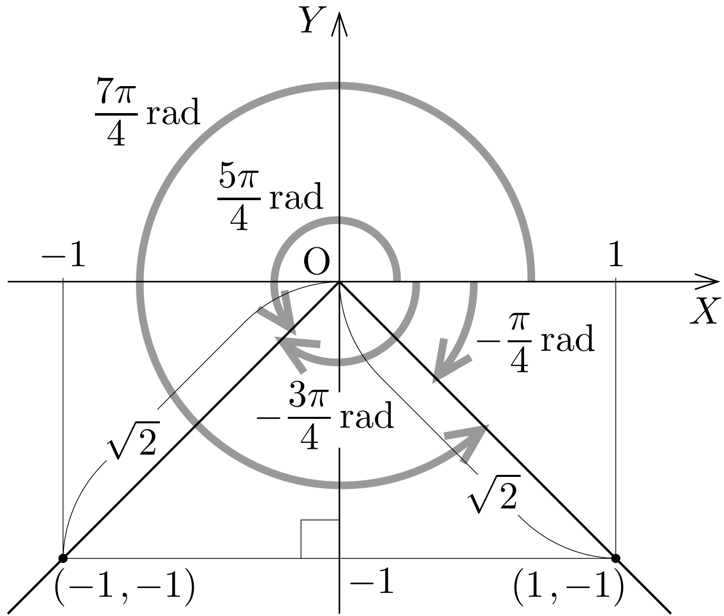


$r = \overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{2}$ とすると， $b = -1$ ， $a^2 = r^2 - b^2 = \sqrt{2}^{\,2} - (-1)^2 = 1$ なので $a = \pm 1$ ，よって $\mathrm{P} = (1\,,-1)$ または $\mathrm{P} = (-1\,,-1)$ ．

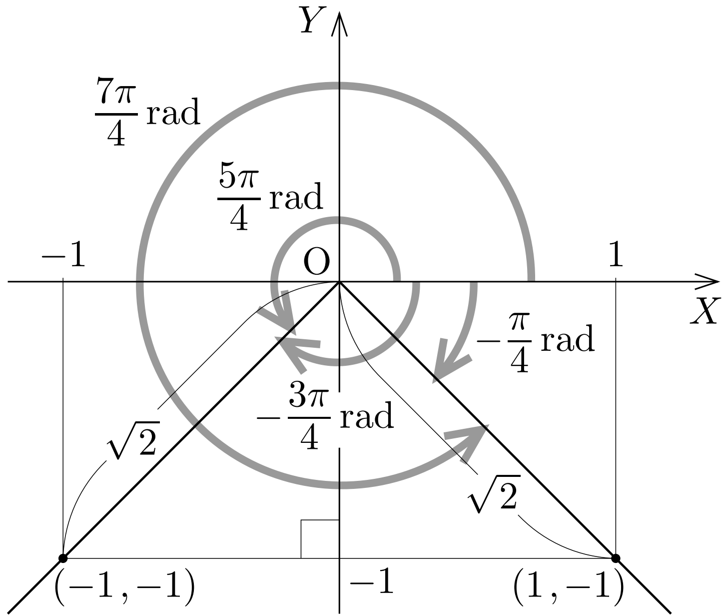
始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について $\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{2}$ とすると，$\mathrm{P}=(1,-1)$ または $\mathrm{P}=(-1,-1)$ ．



始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について $\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{2}$ とすると，$\mathrm{P}=(1,-1)$ または $\mathrm{P}=(-1,-1)$．始線 $\mathrm{O}X$ に対する線分 OP の角度 $x\,\mathrm{rad}$ を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$-\dfrac{\pi}{4}\,\mathrm{rad},-\dfrac{3\pi}{4}\,\mathrm{rad},\dfrac{5\pi}{4}\,\mathrm{rad},\dfrac{7\pi}{4}\,\mathrm{rad}$．



始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について $\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{2}$ とすると，P $=(1,-1)$ または P $=(-1,-1)$．始線 OX に対する線分 OP の角度 $x\,\mathrm{rad}$ を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$-\dfrac{\pi}{4}\,\mathrm{rad}, -\dfrac{3\pi}{4}\,\mathrm{rad}, \dfrac{5\pi}{4}\,\mathrm{rad}, \dfrac{7\pi}{4}\,\mathrm{rad}$．従って，方程式 $\sin x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$x=-\dfrac{\pi}{4}, -\dfrac{3\pi}{4}, \dfrac{5\pi}{4}, \dfrac{7\pi}{4}$．



$\boxed{終}$

$\boxed{\text{問}10.7.1}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求めよ．

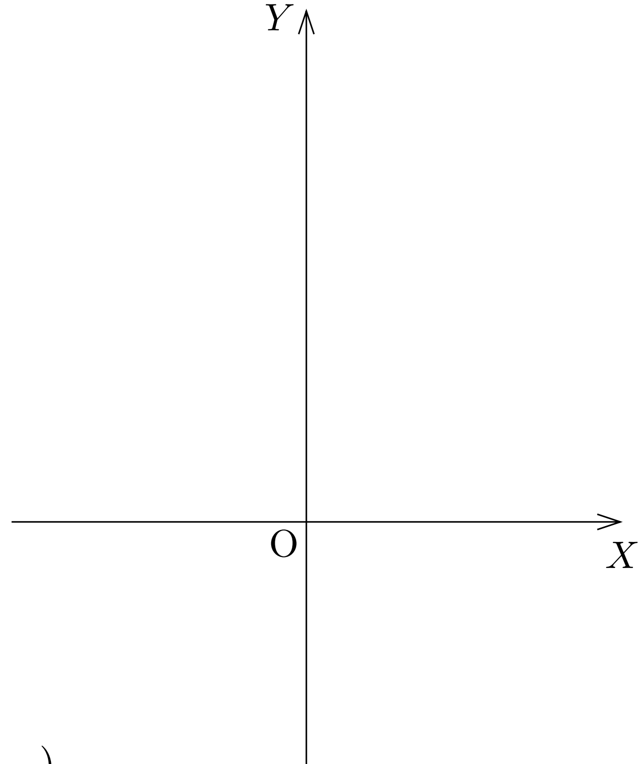
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

$$- = \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \ .$$

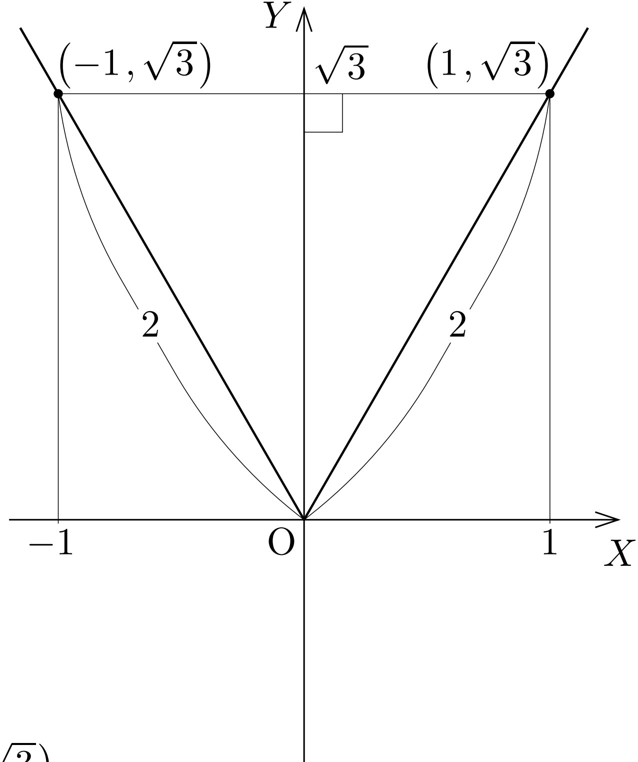
$r = \overline{\mathrm{OP}} =$ 　とすると， $b =$ 　　，

$a^2 = r^2 - b^2 =$ 　なので $a =$ 　　，

よって $\mathrm{P} = (\ \ ,\ \ )$ または $\mathrm{P} = (\ \ ,\ \ )$ ．



$\boxed{問 10.7.1}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求めよ．



XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P}=(a,b)$ （ $\mathrm{P}\neq\mathrm{O}$ ）をとり， $r=\overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

$$\frac{b}{r} = \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \ .$$

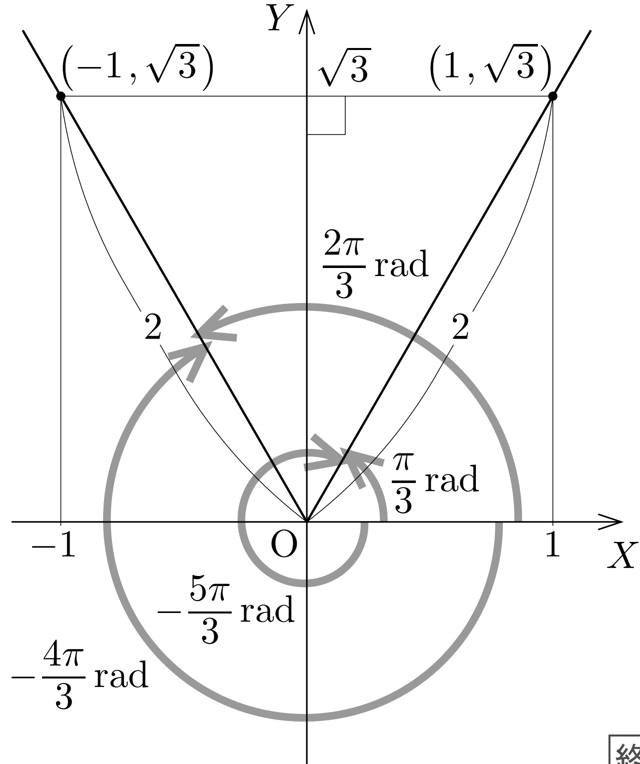
$r=\overline{\mathrm{OP}}=2$ とすると， $b=\sqrt{3}$ ，

$a^2=r^2-b^2=1$ なので $a=\pm 1$ ，

よって $\mathrm{P}=\left(1,\sqrt{3}\right)$ または $\mathrm{P}=\left(-1,\sqrt{3}\right)$ ．

始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について $\overline{\mathrm{OP}}=2$ とすると，P $=(1,\sqrt{3})$ または P $=(-1,\sqrt{3})$ ．始線 OX に対する線分 OP の角度 $x\,\mathrm{rad}$ を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$\dfrac{\pi}{3}\,\mathrm{rad}, \dfrac{2\pi}{3}\,\mathrm{rad}, -\dfrac{4\pi}{3}\,\mathrm{rad}, -\dfrac{5\pi}{3}\,\mathrm{rad}$ ．従って，方程式 $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の解を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，

$x=\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{2\pi}{3}, -\dfrac{4\pi}{3}, -\dfrac{5\pi}{3}$ ．



終

$\boxed{\text{問}10.7.2}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求めよ．

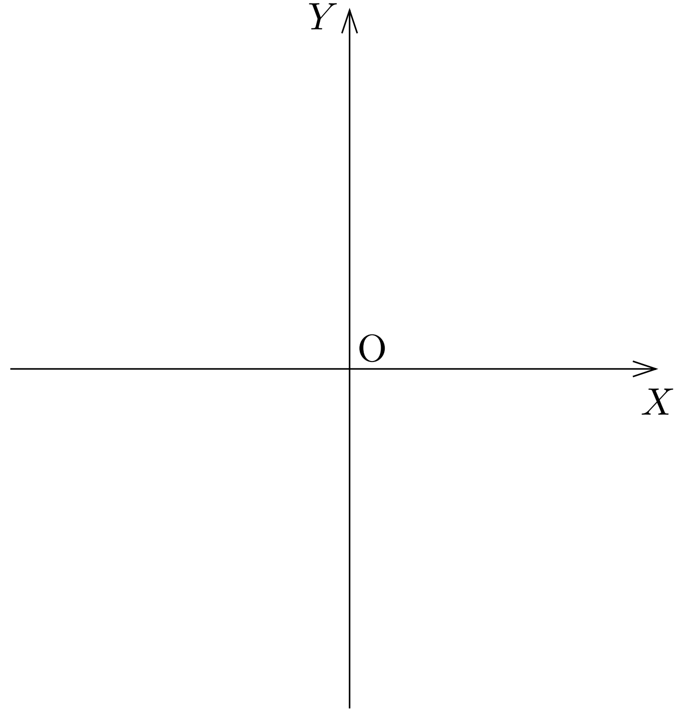
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

$$- \quad = \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \ .$$

$r = \overline{\mathrm{OP}} =$ 　　　とすると， $a =$ 　　　,

$b^2 = r^2 - a^2 =$ 　　なので $b =$ 　　　,

よって $\mathrm{P} = ($ 　　$,$ 　$)$ または $\mathrm{P} = ($ 　　$,$ 　　$)$.

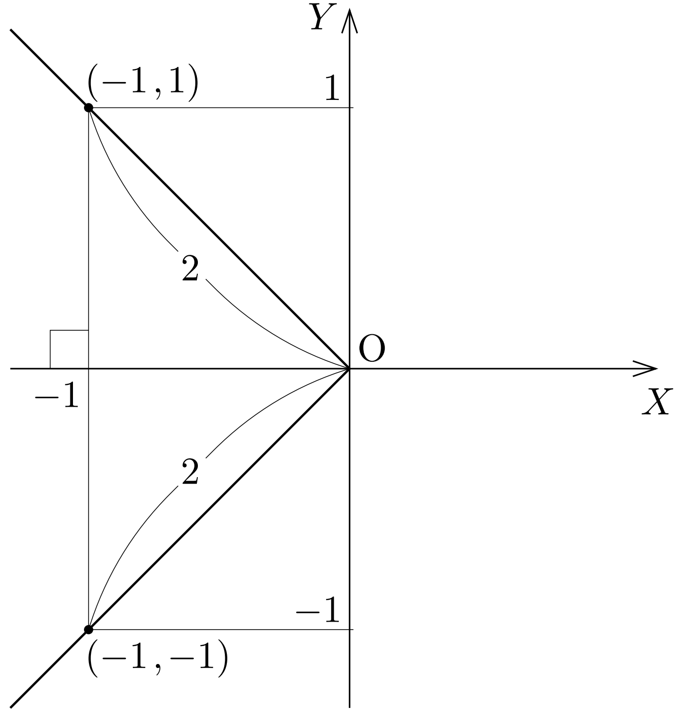


$\boxed{問10.7.2}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\cos x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求めよ．

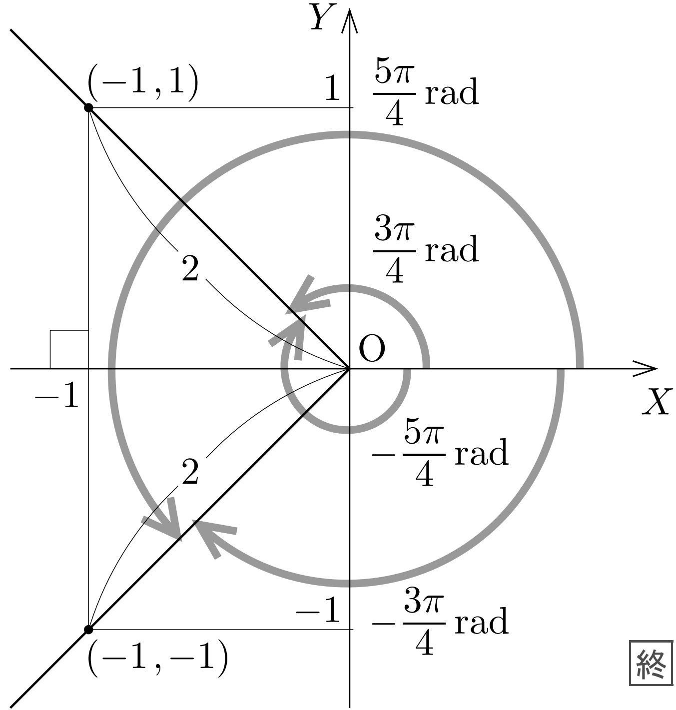
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり，$r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

$$\frac{a}{r} = \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \ .$$

$r = \overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{2}$ とすると，$a = -1$ ，$b^2 = r^2 - a^2 = 1$ なので $b = \pm 1$ ，よって $\mathrm{P} = (-1, 1)$ または $\mathrm{P} = (-1, -1)$ ．



始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について $\overline{\mathrm{OP}}=2$ とすると，$\mathrm{P}=(-1,1)$ または $\mathrm{P}=(-1,-1)$ ．始線 OX に対する線分 OP の角度 $x\,\mathrm{rad}$ を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，
$\dfrac{3\pi}{4}\,\mathrm{rad},-\dfrac{3\pi}{4}\,\mathrm{rad},\dfrac{5\pi}{4}\,\mathrm{rad},-\dfrac{5\pi}{4}\,\mathrm{rad}$ ．
従って，方程式 $\cos x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の解を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$x=\dfrac{3\pi}{4},-\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4},-\dfrac{5\pi}{4}$ ．

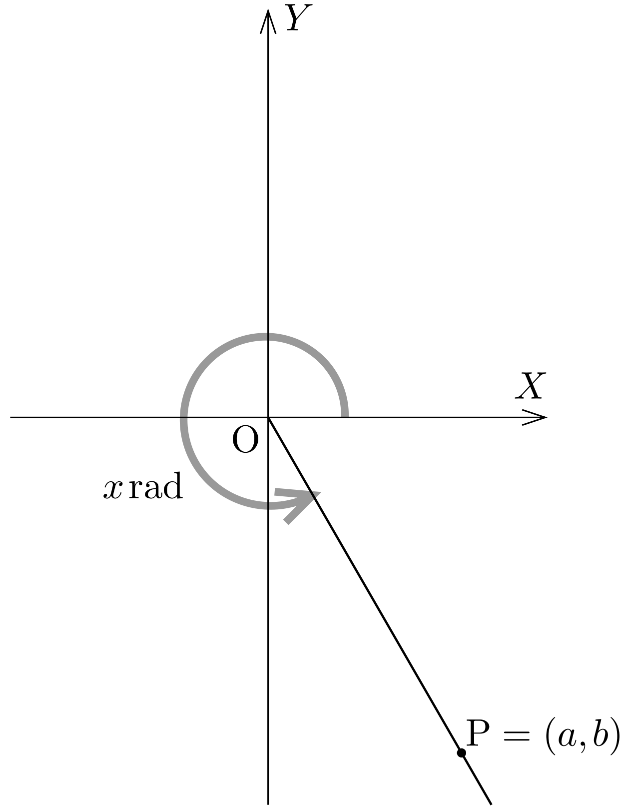


終

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式
$\tan x = -\sqrt{3}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\tan x = -\sqrt{3}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める.

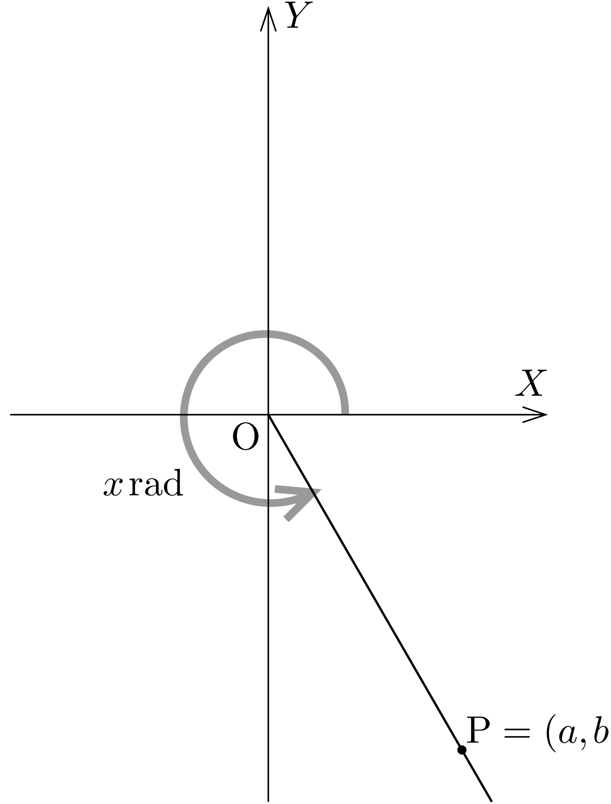
　XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとる.



$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\tan x = -\sqrt{3}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

　XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a, b)$ （$\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$）をとる．

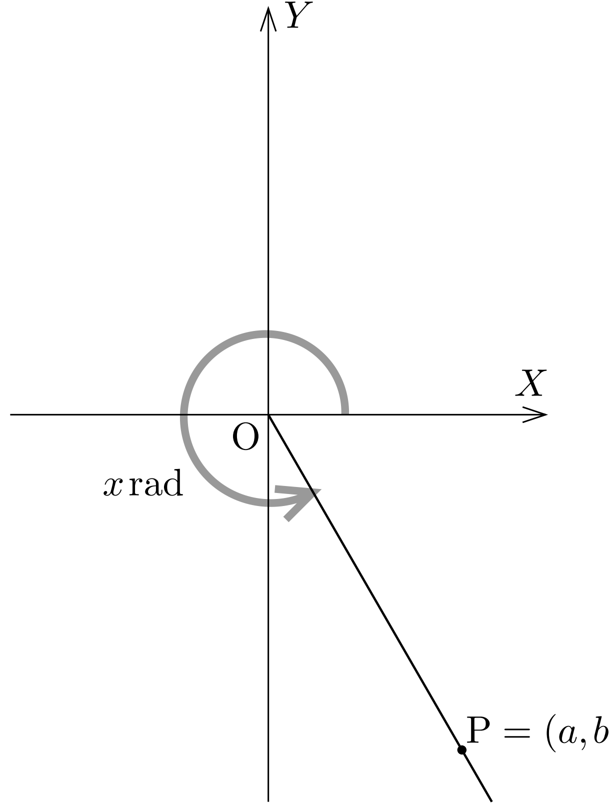
$$- = \tan x = -\sqrt{3}\ .$$



例 実数を表す変数 x に関する方程式 $\tan x = -\sqrt{3}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとる．

$$\frac{b}{a} = \tan x = -\sqrt{3}\ .$$

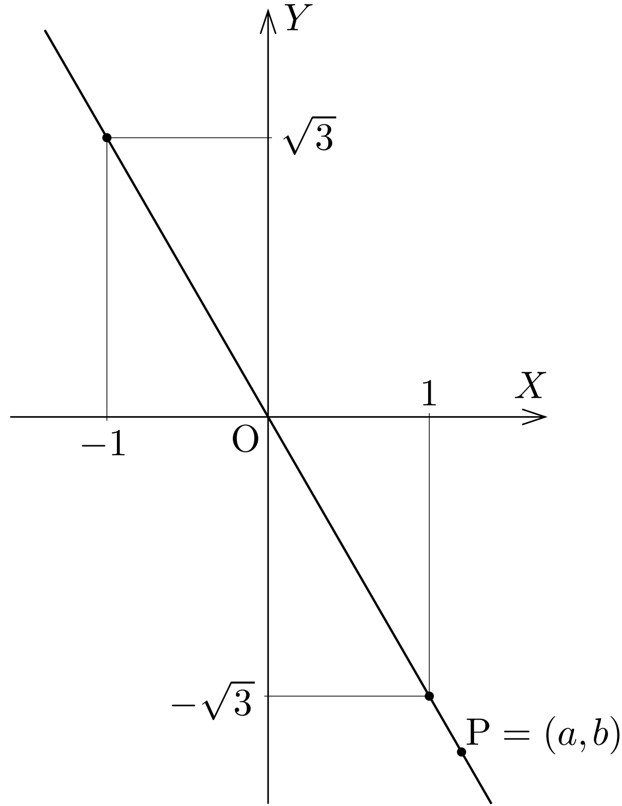


例 実数を表す変数 x に関する方程式 $\tan x = -\sqrt{3}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求める．

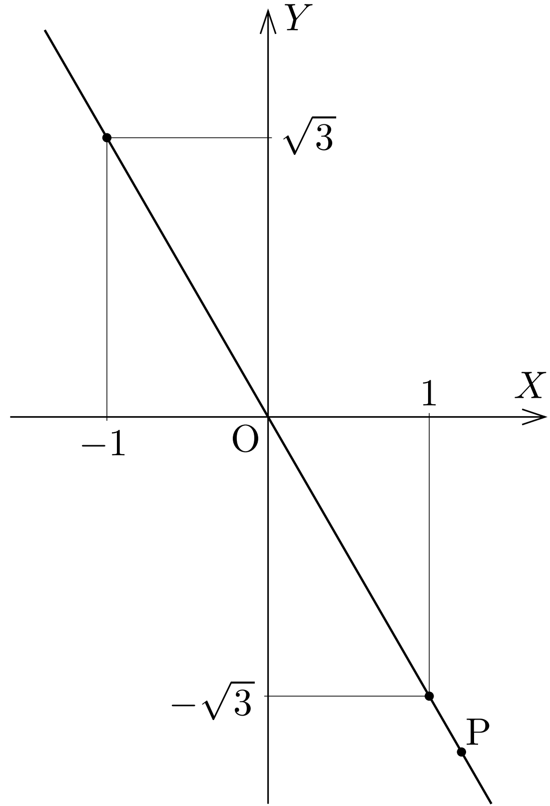
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a, b)$ （$\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$）をとる．

$$\frac{b}{a} = \tan x = -\sqrt{3}\ .$$

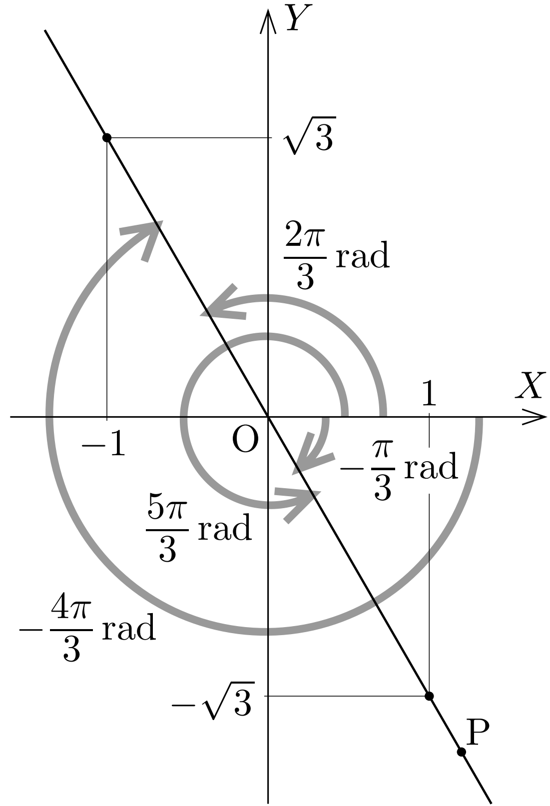
これは，原点 O と $\mathrm{P} = (a, b)$ とが属す直線 OP の傾きが $-\sqrt{3}$ であることである．直線 OP は第 2 象限と第 4 象限とに伸びることに注意すること．



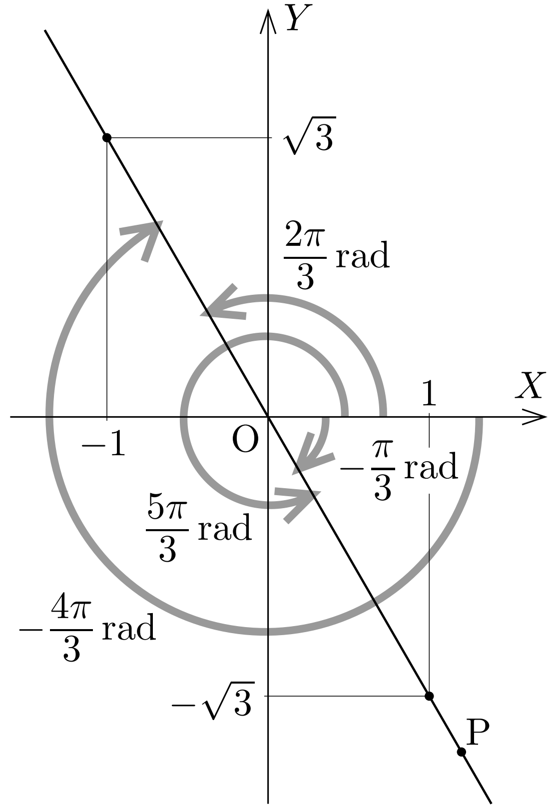
始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について，直線 OP の傾きが $-\sqrt{3}$ である．



始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について，直線 OP の傾きが $-\sqrt{3}$ である．始線 OX に対する線分 OP の角度 $x\,\mathrm{rad}$ を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$-\dfrac{\pi}{3}\,\mathrm{rad}$, $\dfrac{2\pi}{3}\,\mathrm{rad}$, $-\dfrac{4\pi}{3}\,\mathrm{rad}$, $\dfrac{5\pi}{3}\,\mathrm{rad}$ ．



始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について，直線 OP の傾きが $-\sqrt{3}$ である．始線 OX に対する線分 OP の角度 $x\,\mathrm{rad}$ を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$-\dfrac{\pi}{3}\,\mathrm{rad}$, $\dfrac{2\pi}{3}\,\mathrm{rad}$, $-\dfrac{4\pi}{3}\,\mathrm{rad}$, $\dfrac{5\pi}{3}\,\mathrm{rad}$ ．従って，方程式 $\tan x = -\sqrt{3}$ の解を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$x = -\dfrac{\pi}{3}$, $\dfrac{2\pi}{3}$, $-\dfrac{4\pi}{3}$, $\dfrac{5\pi}{3}$ ．



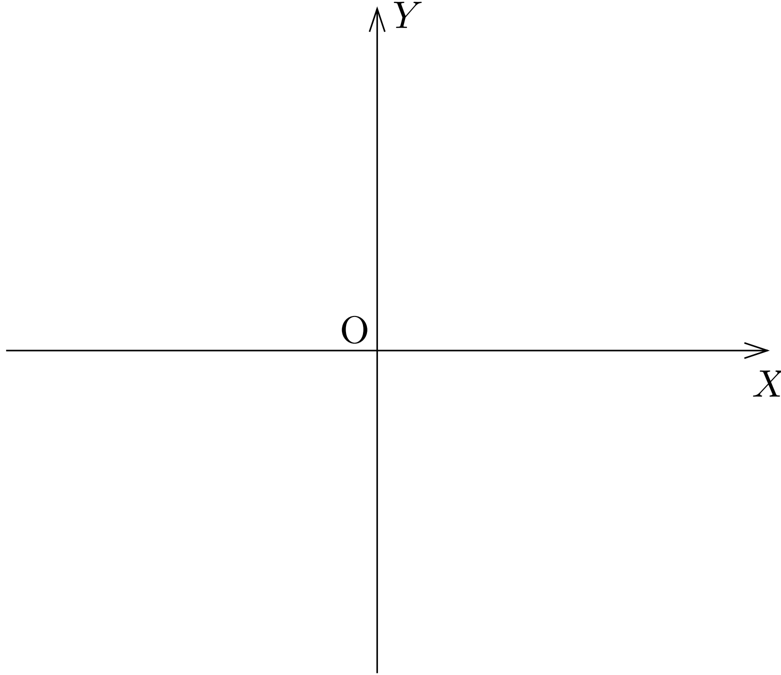
終

$\boxed{\text{問}10.7.3}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\tan x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求めよ．

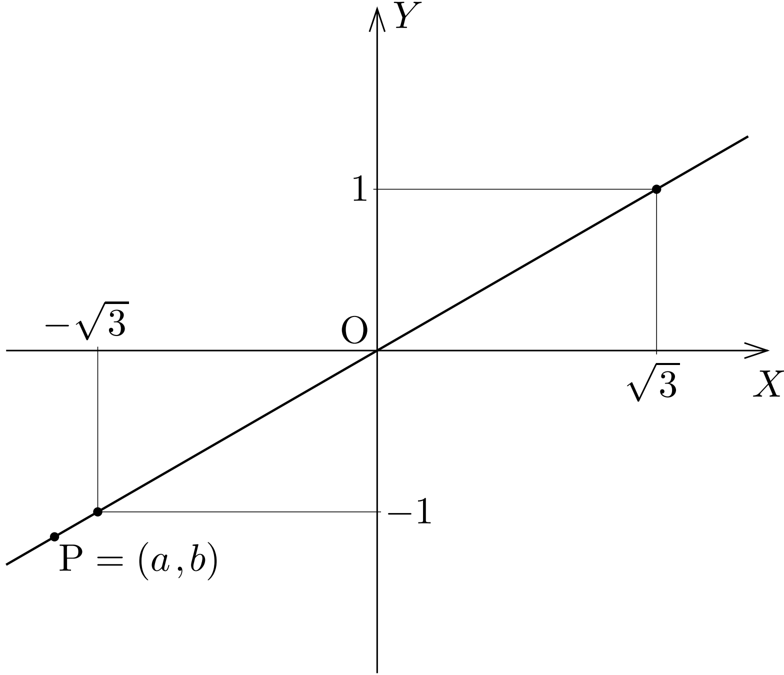
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x$rad の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとると，

$$- \ = \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}\ .$$

これは，原点 O と $\mathrm{P} = (a, b)$ とが属す直線 OP の　　 が $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ であることである．



$\boxed{\text{問}10.7.3}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\tan x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ の解を，絶対値が小さい方から 4 個求めよ．

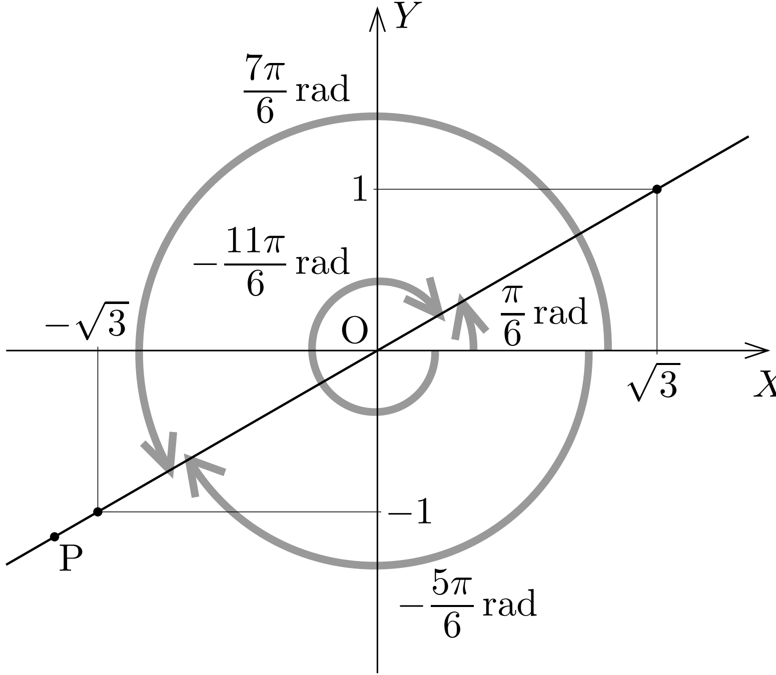


XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x$rad の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとると，

$$\frac{b}{a} = \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \;.$$

これは，原点 O と $\mathrm{P} = (a\,, b)$ とが属す直線 OP の傾きが $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ であることである．

始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P}=(a,b)$（ $\mathrm{P}\neq\mathrm{O}$ ）について，直線 OP の傾きが $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ なので，始線 OX に対する線分 OP の角度 $x\,\mathrm{rad}$ を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$\dfrac{\pi}{6}\,\mathrm{rad}$, $-\dfrac{5\pi}{6}\,\mathrm{rad}$, $\dfrac{7\pi}{6}\,\mathrm{rad}$, $-\dfrac{11\pi}{6}\,\mathrm{rad}$ ．



従って，方程式 $\tan x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ の解を絶対値が小さい方から 4 個挙げると，$x=\dfrac{\pi}{6}, -\dfrac{5\pi}{6}, \dfrac{7\pi}{6}, -\dfrac{11\pi}{6}$ ．

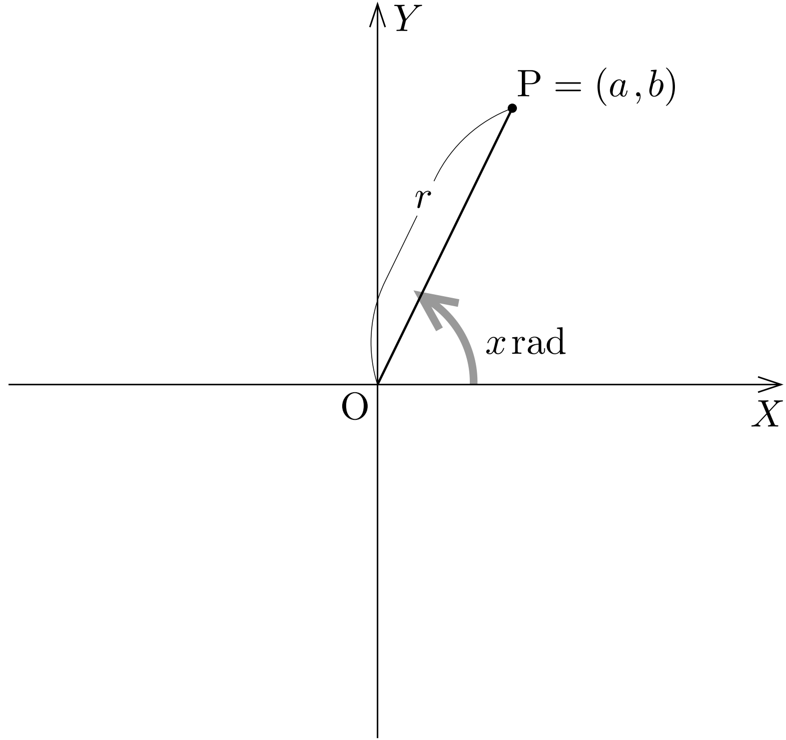
終

実数を表す変数を含む式における三角関数の値に関する不等式を解くことを考える.

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\sin x \geq \frac{1}{2}$ を解く．

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\sin x \geq \dfrac{1}{2}$ を解く．

XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属する点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

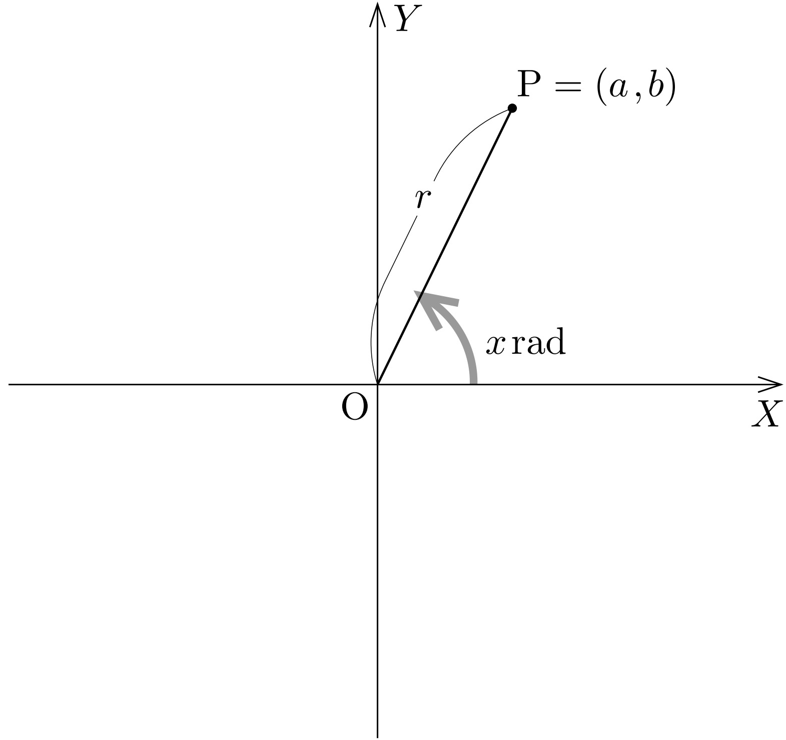


$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\sin x \geq \dfrac{1}{2}$ を解く．

XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属する点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

$$\frac{b}{r} = \sin x \geq \frac{1}{2}\ ,$$

$$b \geq \frac{r}{2}\ .$$



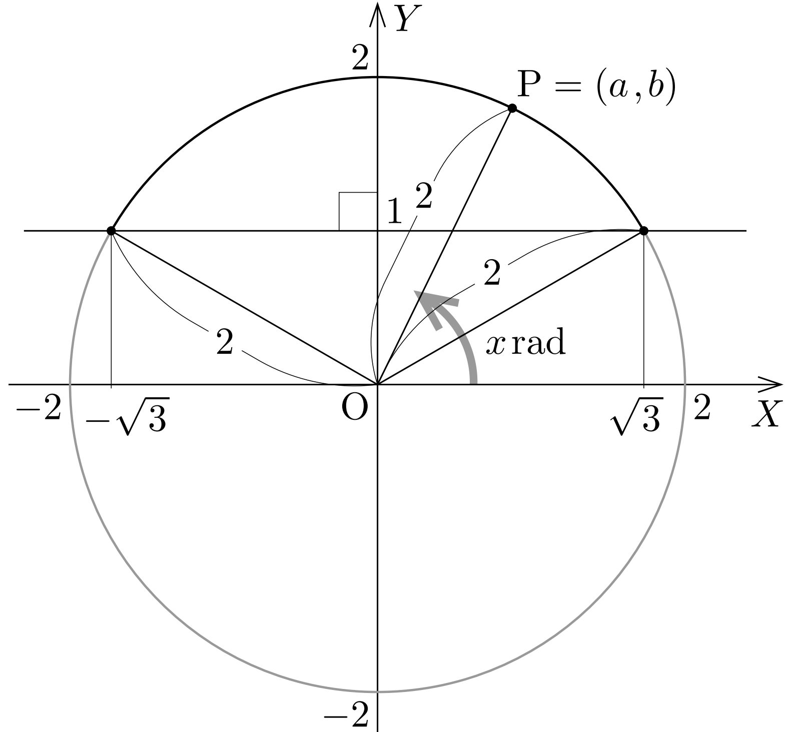
$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\sin x \geq \dfrac{1}{2}$ を解く．

XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

$$\frac{b}{r} = \sin x \geq \frac{1}{2}\ ,$$

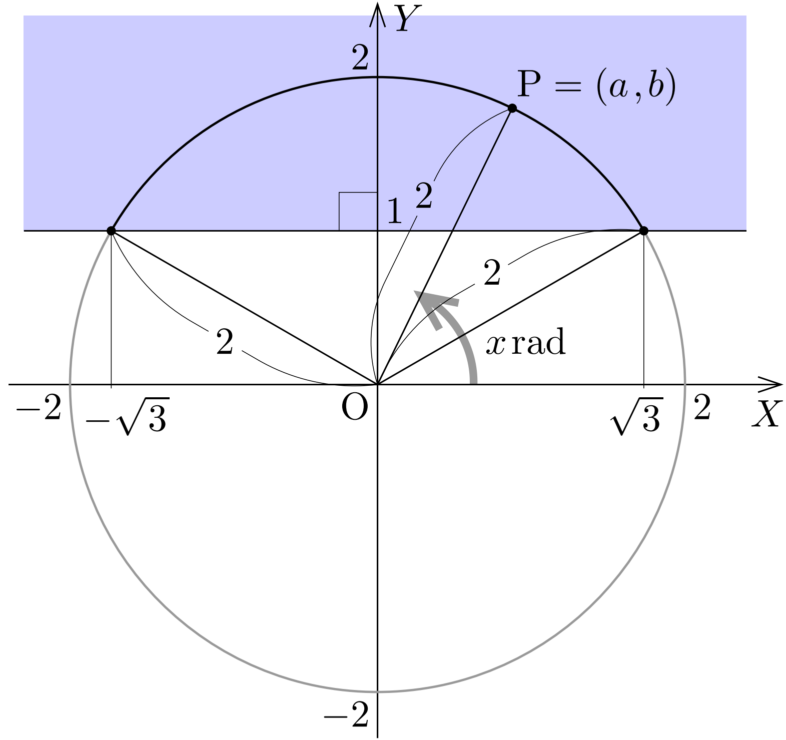
$$b \geq \frac{r}{2}\ .$$

$r = \overline{\mathrm{OP}} = 2$ とすると，

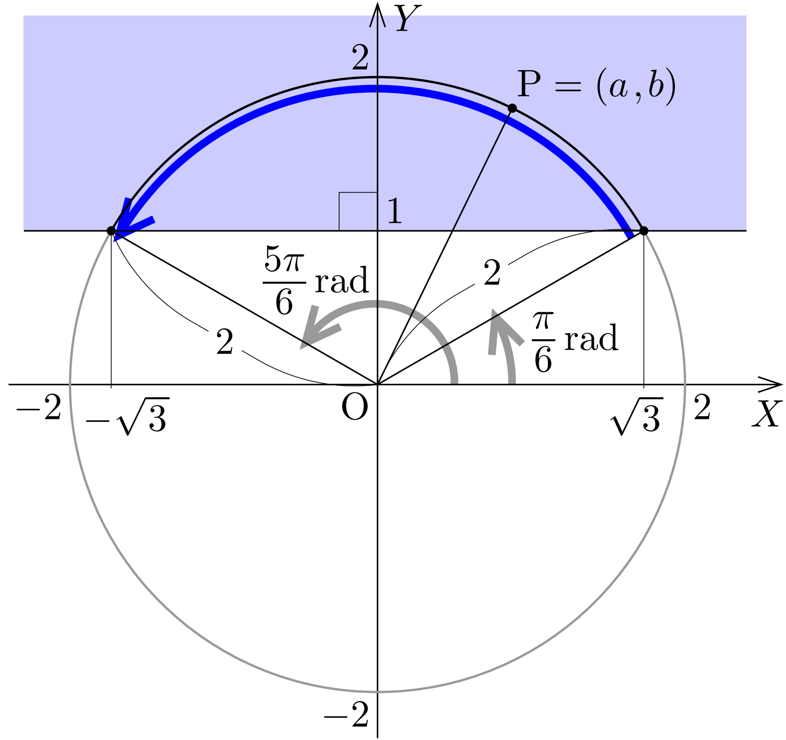


$\mathrm{P} = (a\,, b)$ は原点 O を中心とする半径 2 の円に属し， $b \geq \dfrac{r}{2} = 1$ ．

始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について，$\overline{\mathrm{OP}} = 2$ とすると，$\mathrm{P} = (a\,, b)$ は原点 O を中心とする半径 2 の円に属し，$b \geqq 1$.

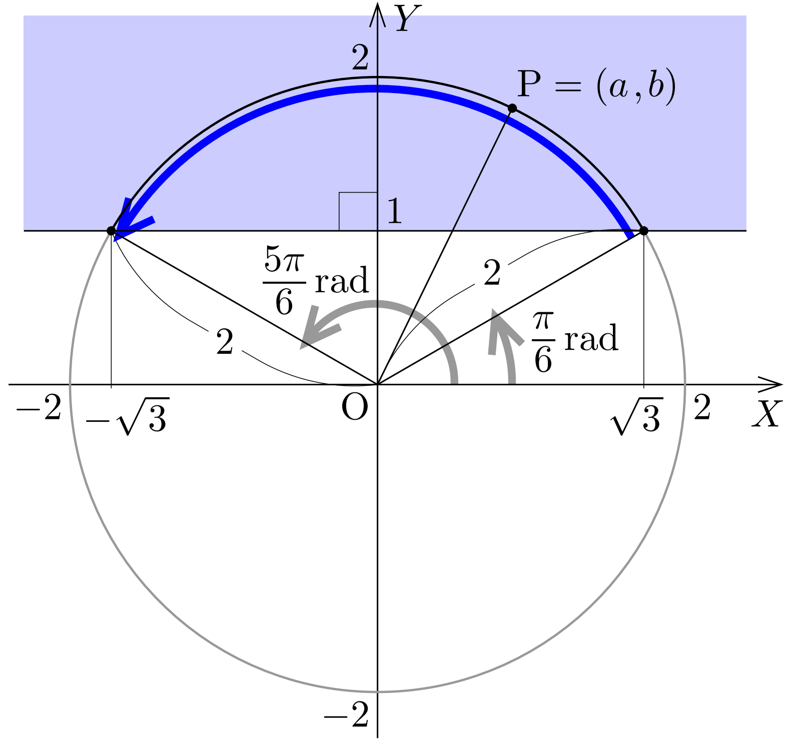


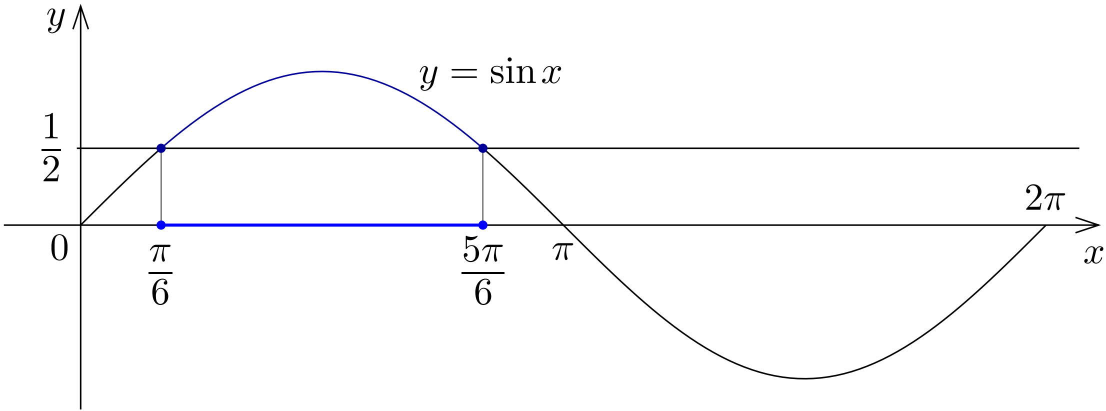
始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について，$\overline{\mathrm{OP}}=2$ とすると，$\mathrm{P}=(a\,,b)$ は原点 O を中心とする半径 2 の円に属し，$b \geq 1$ ．線分 OP の始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ は，右図のように，　rad 以上　　rad 以下である．



始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について，$\overline{\mathrm{OP}}=2$ とすると，$\mathrm{P}=(a\,,b)$ は原点 O を中心とする半径 2 の円に属し，$b\geq 1$ ．線分 OP の始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ は，右図のように，$\dfrac{\pi}{6}\,\mathrm{rad}$ 以上 $\dfrac{5\pi}{6}\,\mathrm{rad}$ 以下である． $0\leq x<2\pi$ の範囲で不等式 $\sin x\geq\dfrac{1}{2}$ を解くと，

$\dfrac{\pi}{6}\leq x\leq\dfrac{5\pi}{6}$ ．





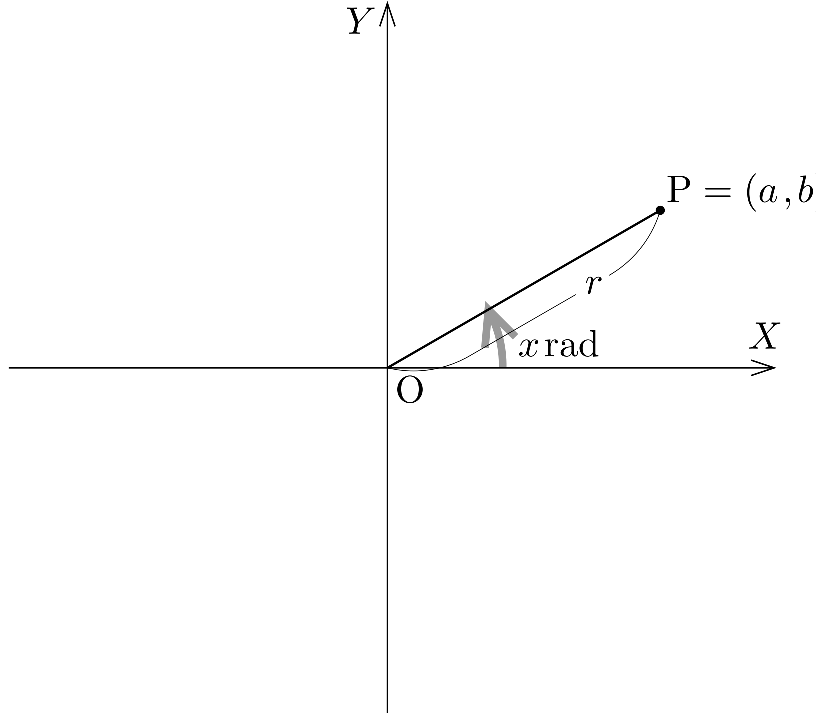
　このことを xy 座標平面におけるグラフで考えてみる． $\sin x \geq \frac{1}{2}$ となる x の値の範囲は，関数 $y=\sin x$ のグラフが関数 $y=\frac{1}{2}$ のグラフの上側（グラフの共有点を含める）にあるような x 座標の範囲なので，上図のように，

$\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ ． 終

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\cos x > -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解く．

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\cos x > -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解く．

　XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属する点 $\mathrm{P} = (a\,,b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

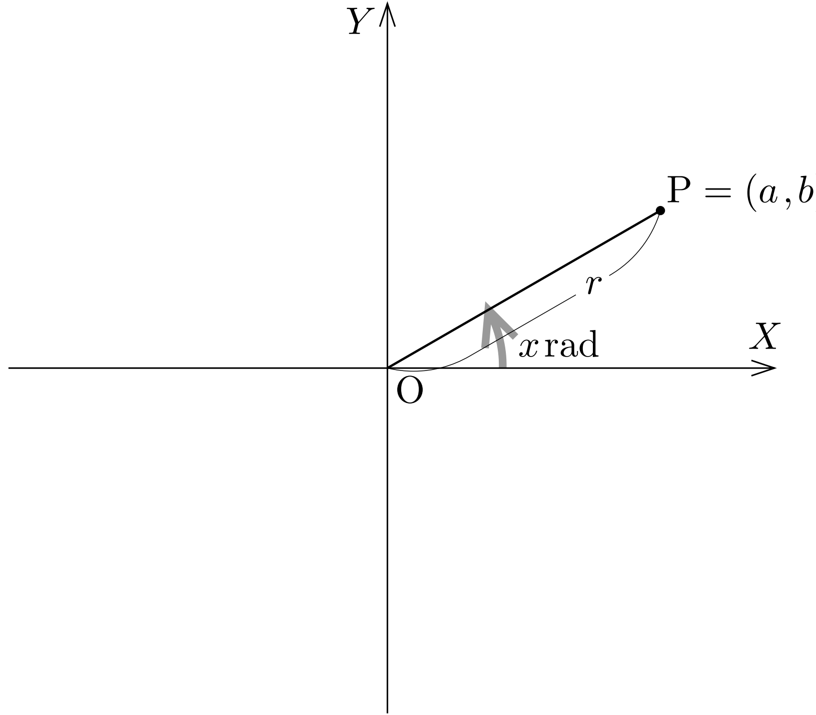


$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\cos x > -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解く．

　XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属する点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

$$\frac{a}{r} = \cos x > -\frac{1}{\sqrt{2}} \;,$$

$$a > -\frac{r}{\sqrt{2}} \;.$$

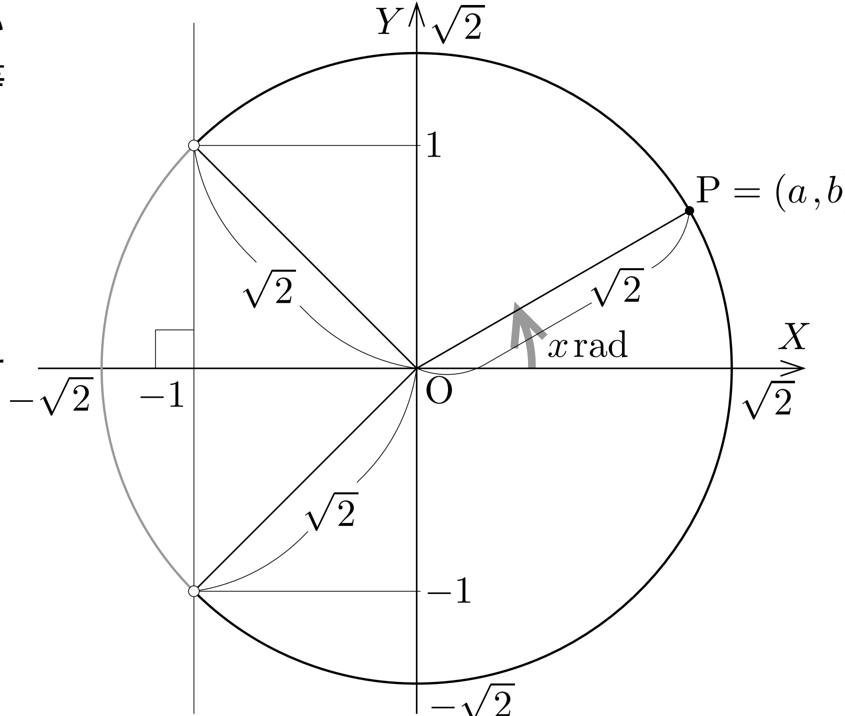


例 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\cos x > -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解く．

XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属する点 $\mathrm{P} = (a\,, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり， $r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

$$\frac{a}{r} = \cos x > -\frac{1}{\sqrt{2}}\ ,$$

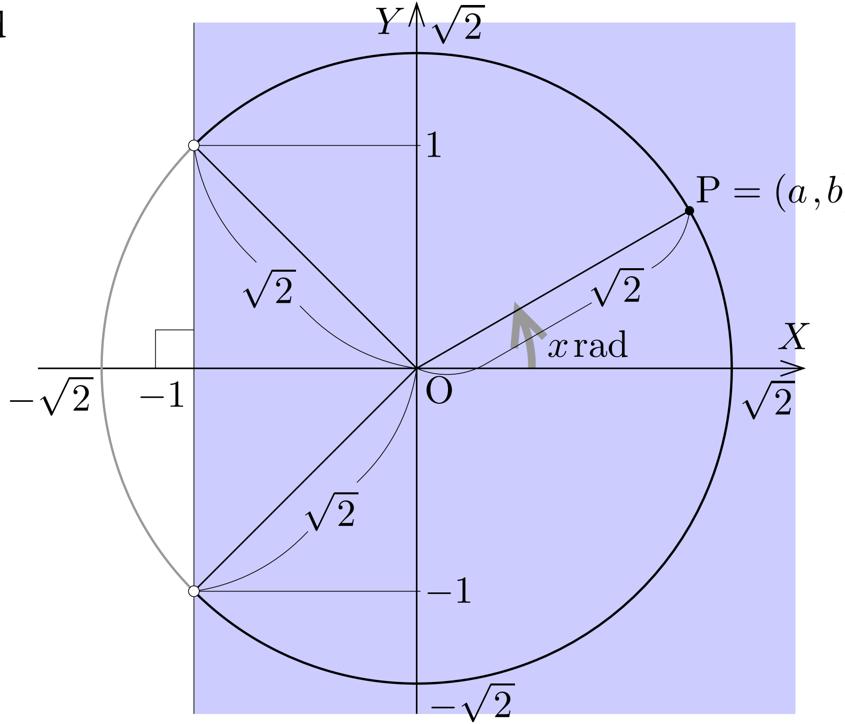
$$a > -\frac{r}{\sqrt{2}}\ .$$



$r = \overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{2}$ のとき，

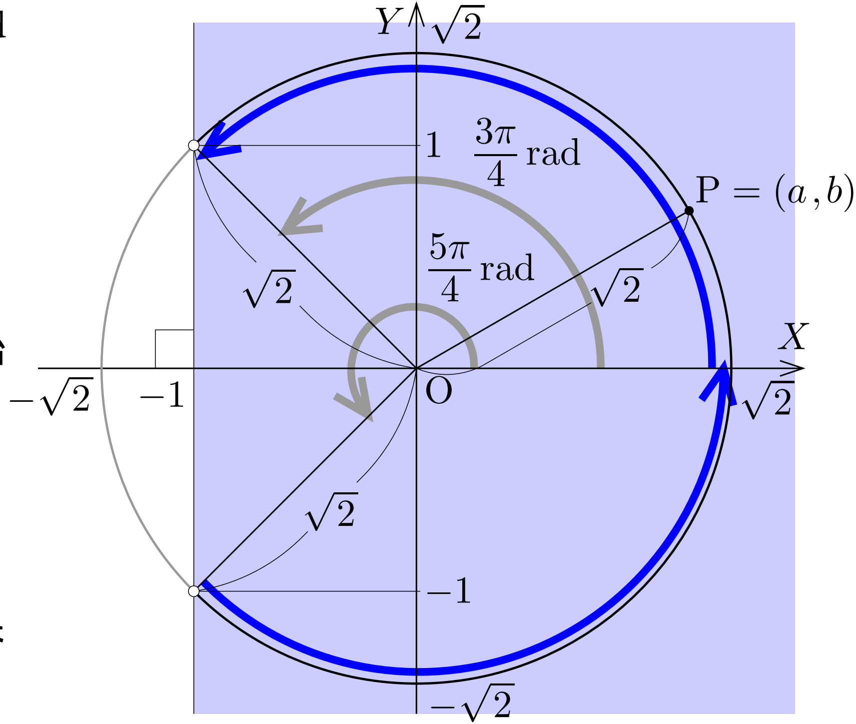
$\mathrm{P} = (a\,, b)$ は原点 O を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円に属し， $a > -\dfrac{r}{\sqrt{2}} = -1$ ．

始線 $\mathrm{O}X$ に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について，$\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{2}$ とすると，$\mathrm{P}=(a\,,b)$ は原点 O を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円に属し，$a>-1$ ．

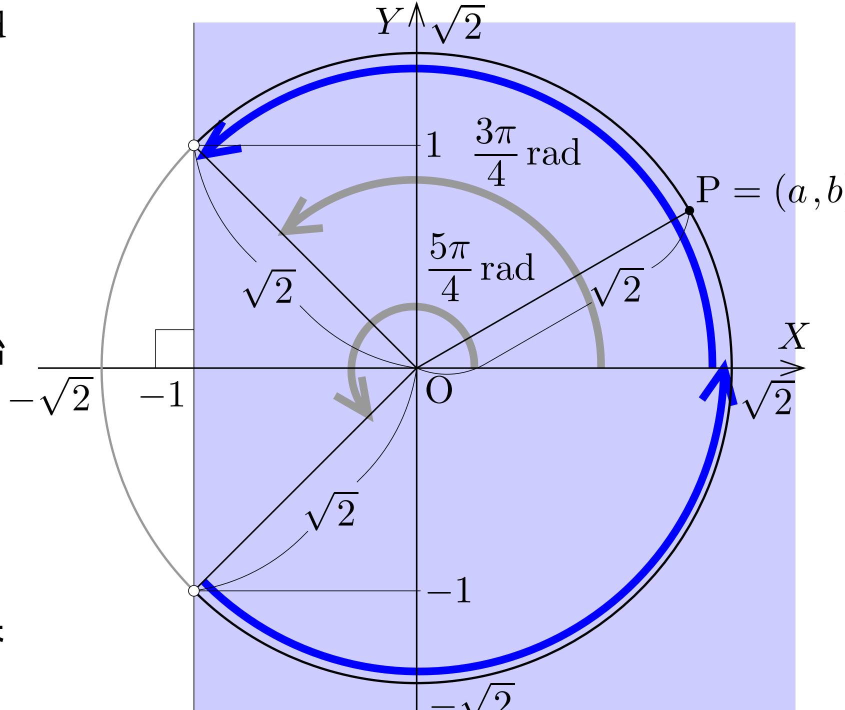


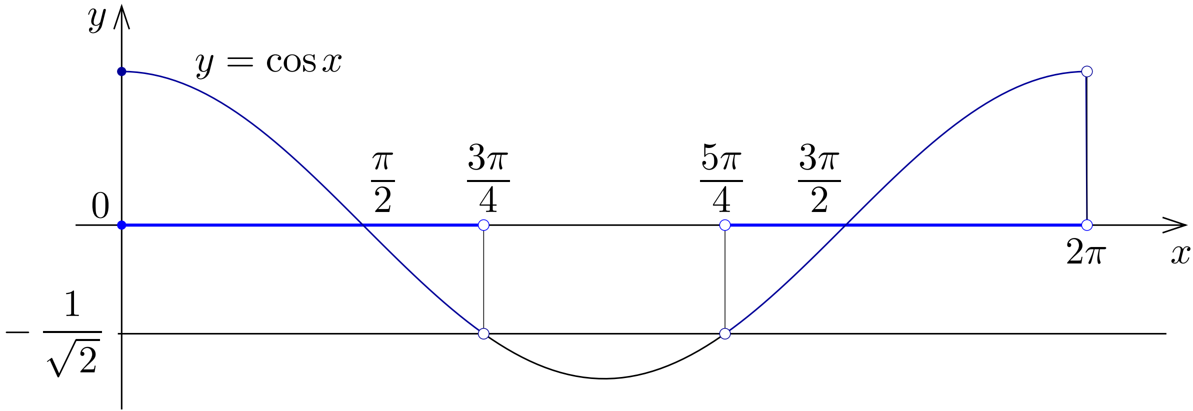
始線 OX に対する角度 x rad の動径に属す点 P について，$\overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{2}$ とすると，P $= (a, b)$ は原点 O を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円に属し，$a > -1$．線分 OP の始線 OX に対する角度 x rad は，右図のように，0 rad 以上　　rad 未満か，または，

　　rad より大きく 2π rad 未満である．



始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について，$\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{2}$ とすると，$\mathrm{P}=(a\,,b)$ は原点 O を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円に属し，$a>-1$．線分 OP の始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ は，右図のように，$0\,\mathrm{rad}$ 以上 $\dfrac{3\pi}{4}\,\mathrm{rad}$ 未満か，または，$\dfrac{5\pi}{4}\,\mathrm{rad}$ より大きく $2\pi\,\mathrm{rad}$ 未満である．$0\leq x<2\pi$ の範囲で不等式 $\cos x>-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解くと，$0\leq x<\dfrac{3\pi}{4}$ または $\dfrac{5\pi}{4}<x<2\pi$ ．





このことを xy 座標平面におけるグラフで考えてみる． $\cos x > -\frac{1}{\sqrt{2}}$ となる x の値の範囲は，関数 $y = \cos x$ のグラフが関数 $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ のグラフの上側（グラフの共有点を含めない）にあるような x 座標の範囲なので，

$0 \leq x < \frac{3\pi}{4}$ または $\frac{5\pi}{4} < x < 2\pi$ ． 終

$\boxed{問10.7.4}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\cos x < -\dfrac{1}{2}$ を解け．

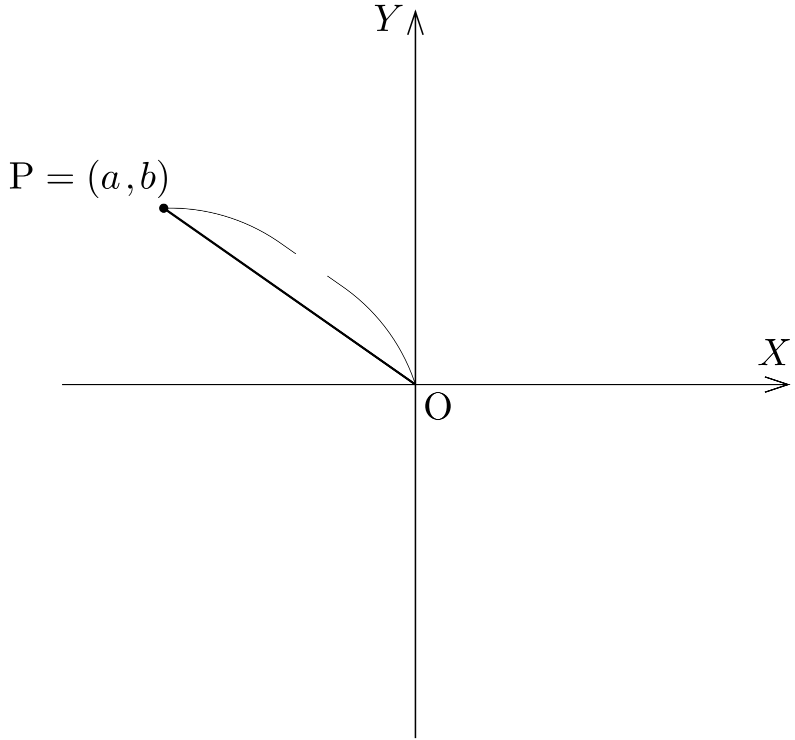
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a\,,b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり，$r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

$$- = \cos x < -\frac{1}{2} \ .$$

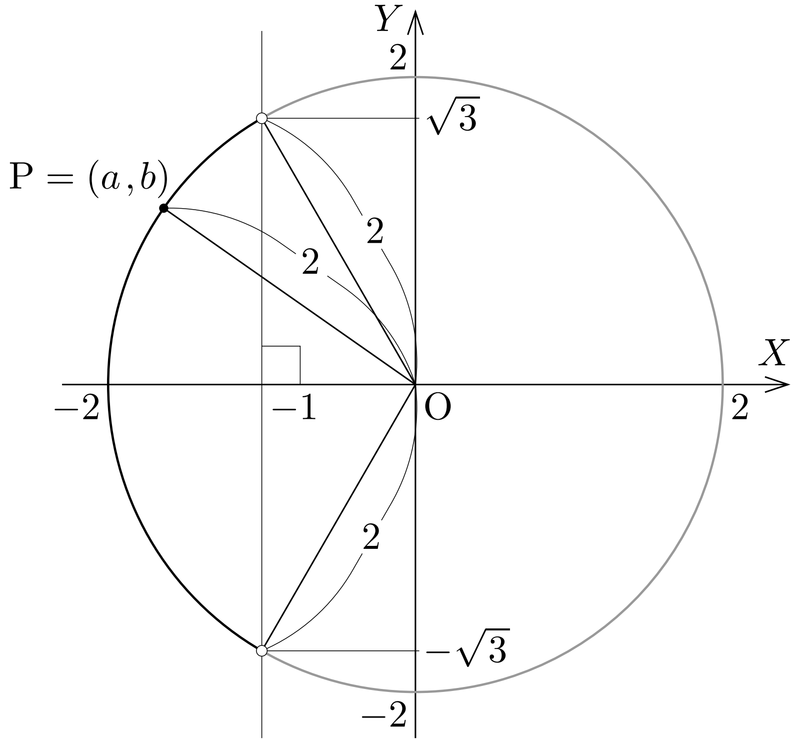
$$a < \qquad .$$

$r = \overline{\mathrm{OP}} =$ 　　のとき，

$\mathrm{P} = (a\,,b)$ は原点 O を中心とする半径 　　の円に属し，$a <$ 　　$=$ 　　．



$\boxed{問 10.7.4}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\cos x < -\dfrac{1}{2}$ を解け.



XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P}=(a\,,b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり，$r=\overline{\mathrm{OP}}$ とおく.

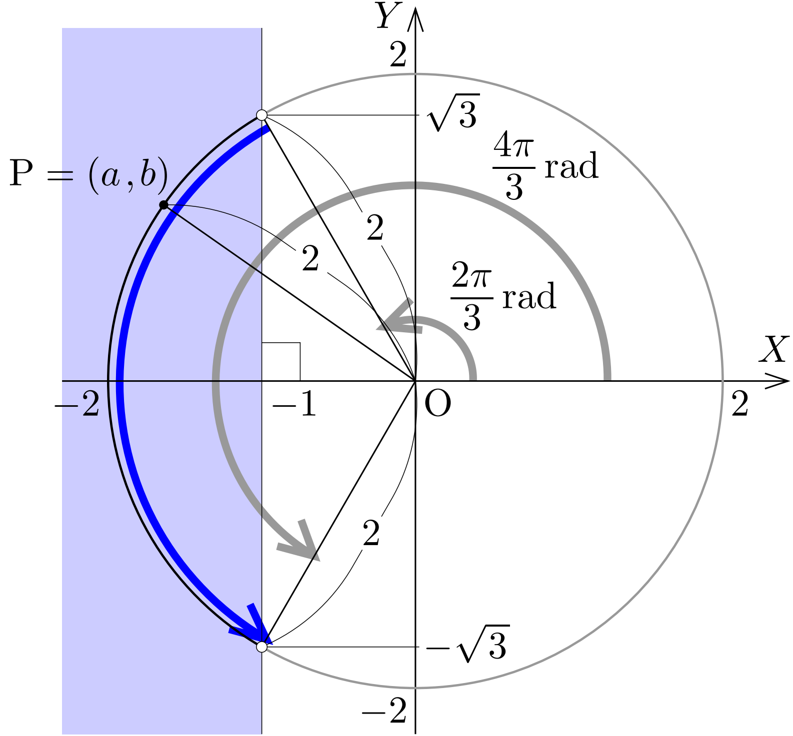
$$\frac{a}{r}=\cos x < -\frac{1}{2}\ .$$

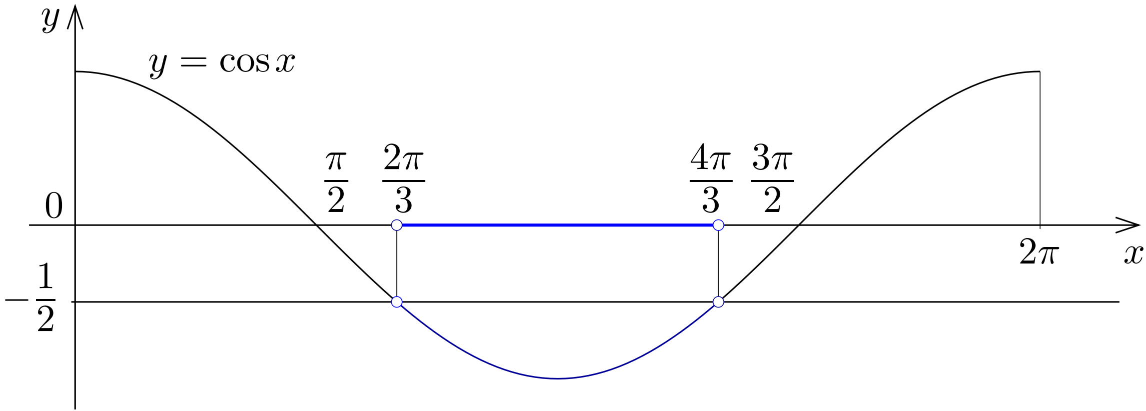
$$a < -\frac{r}{2}\ .$$

$r=\overline{\mathrm{OP}}=2$ のとき，

$\mathrm{P}=(a\,,b)$ は原点 O を中心とする半径 2 の円に属し，$a < -\dfrac{r}{2} = -1$.

始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について，$\overline{\mathrm{OP}}=2$ とすると，$\mathrm{P}=(a\,,b)$ は原点 O を中心とする半径 2 の円に属し，$a<-1$ ．線分 OP の始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ は，右図のように，$\dfrac{2\pi}{3}\,\mathrm{rad}$ より大きく $\dfrac{4\pi}{3}\,\mathrm{rad}$ 未満である．$0\leq x<2\pi$ の範囲で不等式 $\cos x<-\dfrac{1}{2}$ を解くと，$\dfrac{2\pi}{3}<x<\dfrac{4\pi}{3}$ ．



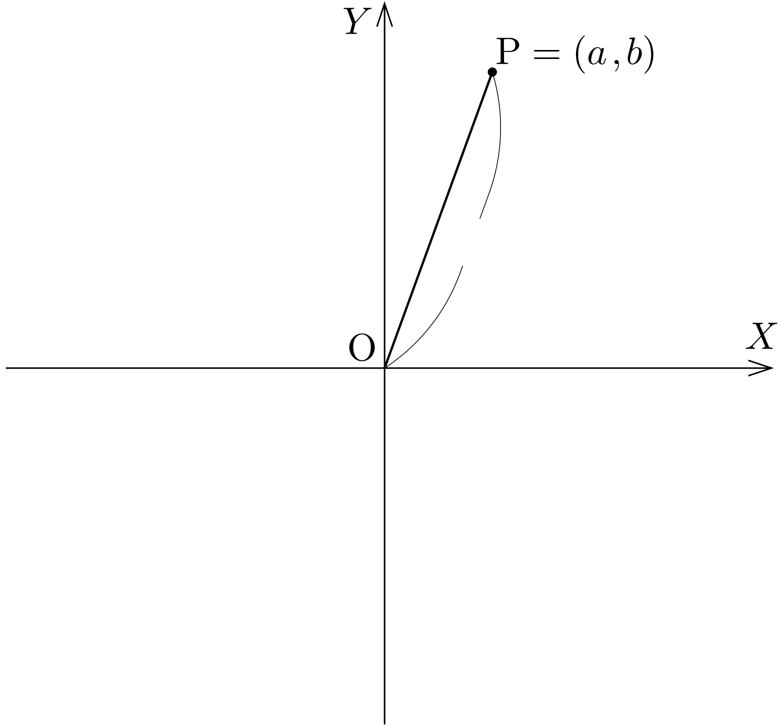


このことを xy 座標平面におけるグラフで考えてみる． $\cos x < -\frac{1}{2}$ となる x の値の範囲は，関数 $y = \cos x$ のグラフが関数 $y = -\frac{1}{2}$ のグラフの下側（グラフの共有点を含めない）にあるような x 座標の範囲なので，

$\frac{2\pi}{3} < x < \frac{4\pi}{3}$ ．

終

$\boxed{\text{問}10.7.5}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする.
不等式 $\sin x \geq -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解け.



XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P}=(a,b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり，$r=\overline{\mathrm{OP}}$ とおく.

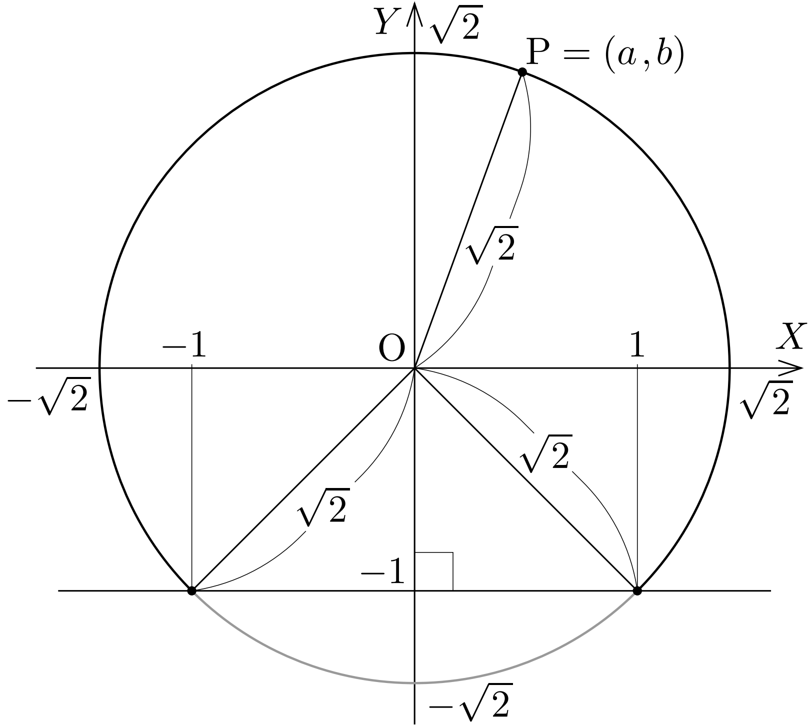
$$- = \sin x \geq -\frac{1}{\sqrt{2}} \ ,$$

$$b \geq \qquad .$$

$r=\overline{\mathrm{OP}}=$ のとき，

$\mathrm{P}=(a,b)$ は原点 O を中心とする半径 の円に属し，$b \geq \qquad = \qquad .$

$\boxed{問10.7.5}$ 実数を表す変数 x について $0 \leq x < 2\pi$ とする．不等式 $\sin x \geq -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解け．



XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 $\mathrm{P} = (a, b)$ （ $\mathrm{P} \neq \mathrm{O}$ ）をとり，$r = \overline{\mathrm{OP}}$ とおく．

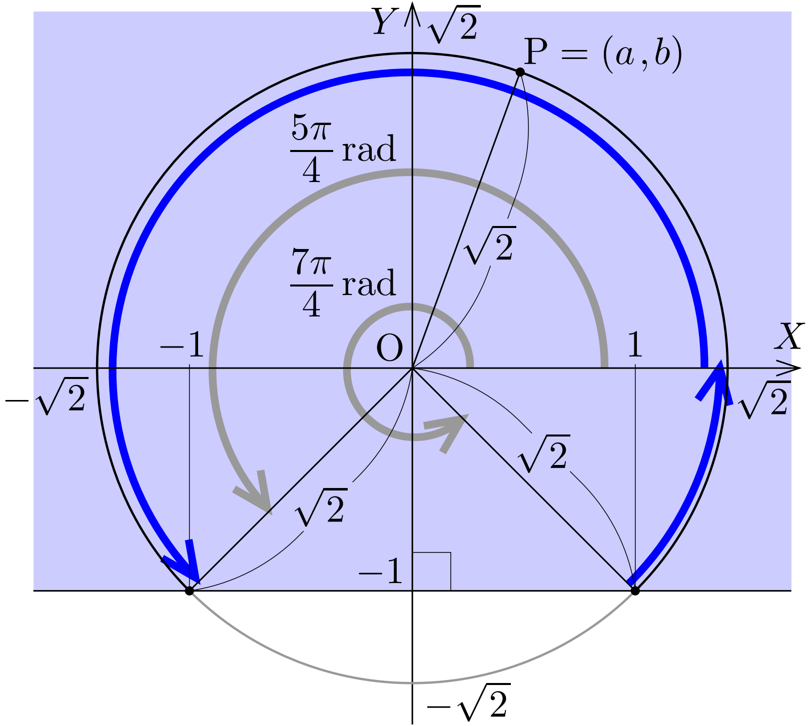
$$\frac{b}{r} = \sin x \geq -\frac{1}{\sqrt{2}} ,$$

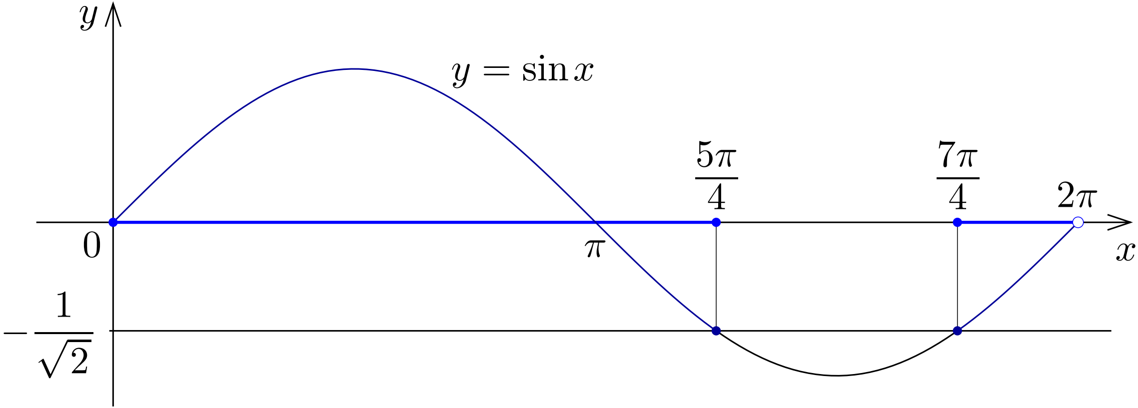
$$b \geq -\frac{r}{\sqrt{2}} .$$

$r = \overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{2}$ のとき，

$\mathrm{P} = (a, b)$ は原点 O を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円に属し，$b \geq -\dfrac{r}{\sqrt{2}} = -1$ ．

始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ の動径に属す点 P について $\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{2}$ とすると，$\mathrm{P}=(a,b)$ は原点 O を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円に属し，$b \geq -1$ ． P に対する線分 OP の始線 OX に対する角度 $x\,\mathrm{rad}$ は，右図のように，$0\,\mathrm{rad}$ 以上 $\dfrac{5\pi}{4}\,\mathrm{rad}$ 以下か，または，$\dfrac{7\pi}{4}\,\mathrm{rad}$ 以上 $2\pi\,\mathrm{rad}$ 未満である． $0 \leq x < 2\pi$ の範囲で不等式 $\sin x \geq -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解くと，$0 \leq x \leq \dfrac{5\pi}{4}$ または $\dfrac{7\pi}{4} \leq x < 2\pi$ ．





このことを xy 座標平面におけるグラフで考えてみる．$\sin x \geq -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる x の値の範囲は，関数 $y=\sin x$ のグラフが関数 $y=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ のグラフの上側（グラフの共有点を含める）にあるような x 座標の範囲なので，

$0 \leq x \leq \dfrac{5\pi}{4}$ または $\dfrac{7\pi}{4} \leq x < 2\pi$ ． 終