

11.1 弧度法

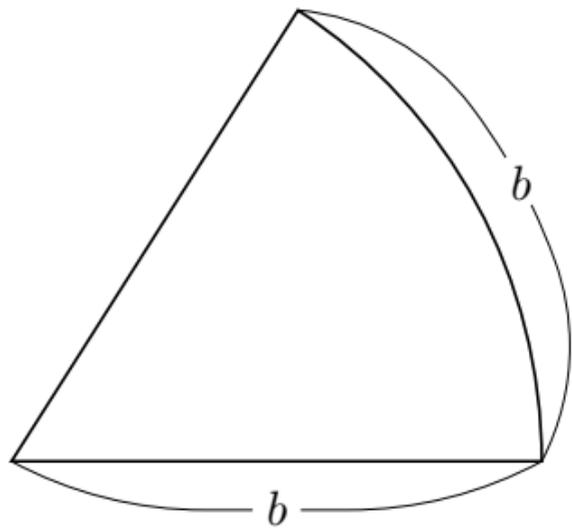
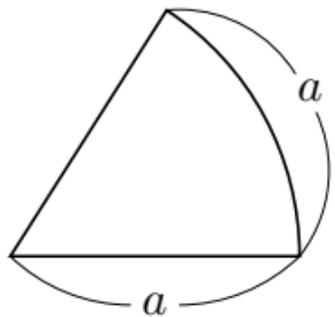
これまで、角度の単位として、直角が90度 (90°) になるような単位の“度” ($^\circ$) を用いてきた。この“度”で角の大きさを測る方法を度数法という。

これまで、角度の単位として、直角が90度 (90°) になるような単位の“度” ($^\circ$) を用いてきた。この“度”で角の大きさを測る方法を度数法という。ところがこの度数法は数学的な議論には不向きである。

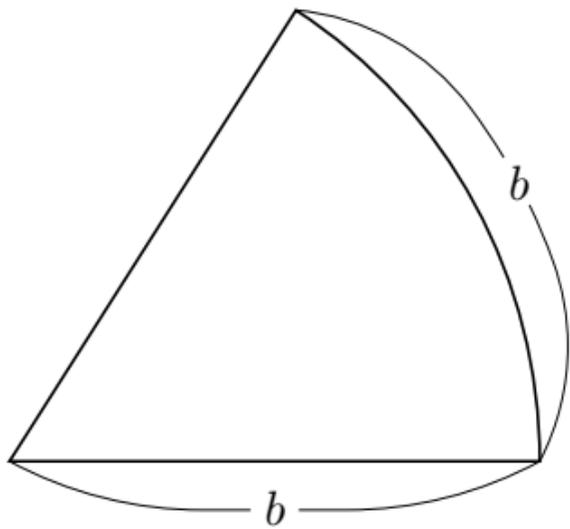
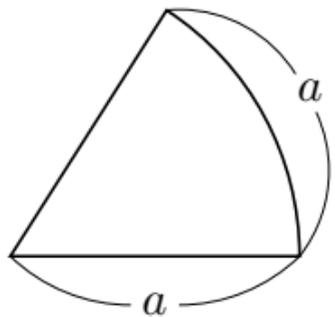
これまで、角度の単位として、直角が90度 (90°) になるような単位の“度” ($^\circ$) を用いてきた。この“度”で角の大きさを測る方法を度数法という。ところがこの度数法は数学的な議論には不向きである。そこで、数学的に便利な“弧度”という新しい単位を考える。

これまで、角度の単位として、直角が90度 (90°) になるような単位の“度” ($^\circ$) を用いてきた。この“度”で角の大きさを測る方法を度数法という。ところがこの度数法は数学的な議論には不向きである。そこで、数学的に便利な“弧度”という新しい単位を考える。この“弧度”で角の大きさを測る方法を弧度法という。“弧度”を“rad”と書き表す。

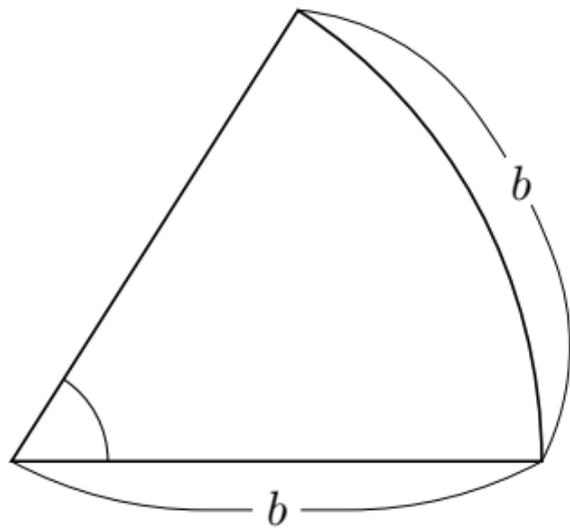
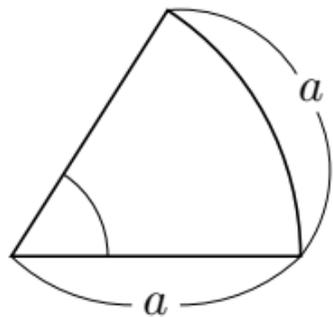
半径との弧の長さが等しい扇形には、いろいろな大きさのものがあるが、それらは総て相似である。



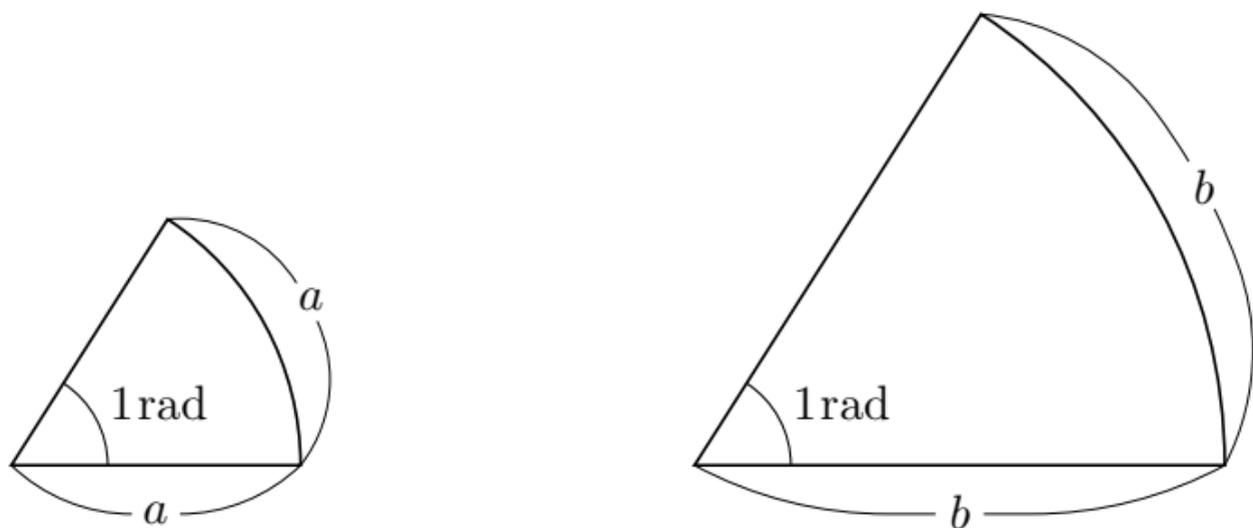
半径との弧の長さが等しい扇形には、いろいろな大きさのものがあるが、それらは総て相似である。二つの図形が相似であるときそれらに含まれる対応する角は角度が等しい。



半径との弧の長さが等しい扇形には、いろいろな大きさのものがあるが、それらは総て相似である。従って、半径との弧の長さが等しい扇形の中心角の大きさは唯一つに決まる。

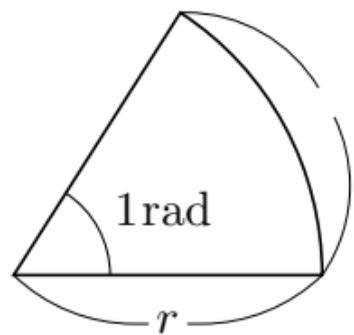


半径との弧の長さが等しい扇形には、いろいろな大きさのものがあるが、それらは総て相似である。従って、半径との弧の長さが等しい扇形の中心角の大きさは唯一つに決まる。

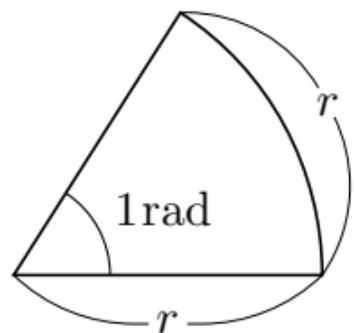


[定義] 半径と弧の長さとが等しい扇形の中心角の大きさを 1rad とする。

rad の定義より、扇形の中心角の大きさが 1rad であるとき、その扇形の半径との弧の長さとは同じなので、正の実数 r について、
半径が r で中心角の大きさが 1rad である扇形の弧の長さは r である。

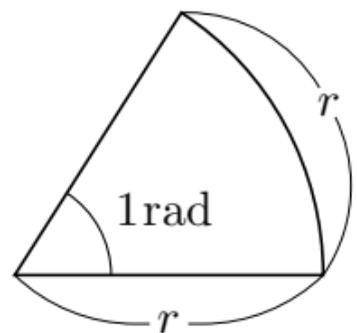


rad の定義より、扇形の中心角の大きさが 1rad であるとき、その扇形の半径との弧の長さとは同じなので、正の実数 r について、
半径が r で中心角の大きさが 1rad である扇形の弧の長さは r である。

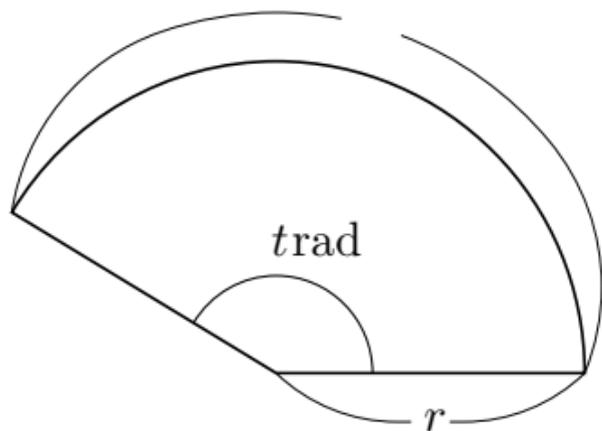


rad の定義より、扇形の中心角の大きさが 1rad であるとき、その扇形の半径との弧の長さとは同じなので、正の実数 r について、

半径が r で中心角の大きさが 1rad である扇形の弧の長さは r である。
正の実数 t に対し、中心角の大きさが t 倍になれば弧の長さも t 倍になるので、半径が r で中心角の大きさが $t\text{rad}$ である扇形の弧の長さは tr である。

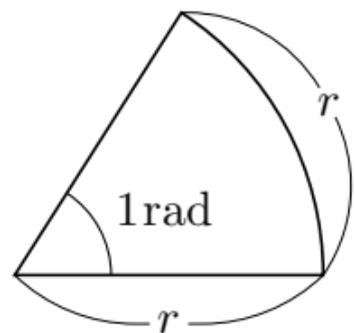


中心角の大きさを t 倍
→
弧の長さも t 倍

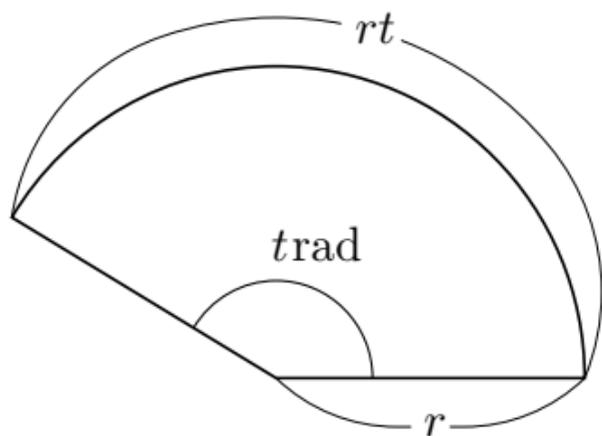


rad の定義より、扇形の中心角の大きさが 1rad であるとき、その扇形の半径との弧の長さとは同じなので、正の実数 r について、

半径が r で中心角の大きさが 1rad である扇形の弧の長さは r である。
正の実数 t に対し、中心角の大きさが t 倍になれば弧の長さも t 倍になるので、半径が r で中心角の大きさが $t\text{rad}$ である扇形の弧の長さは rt である。

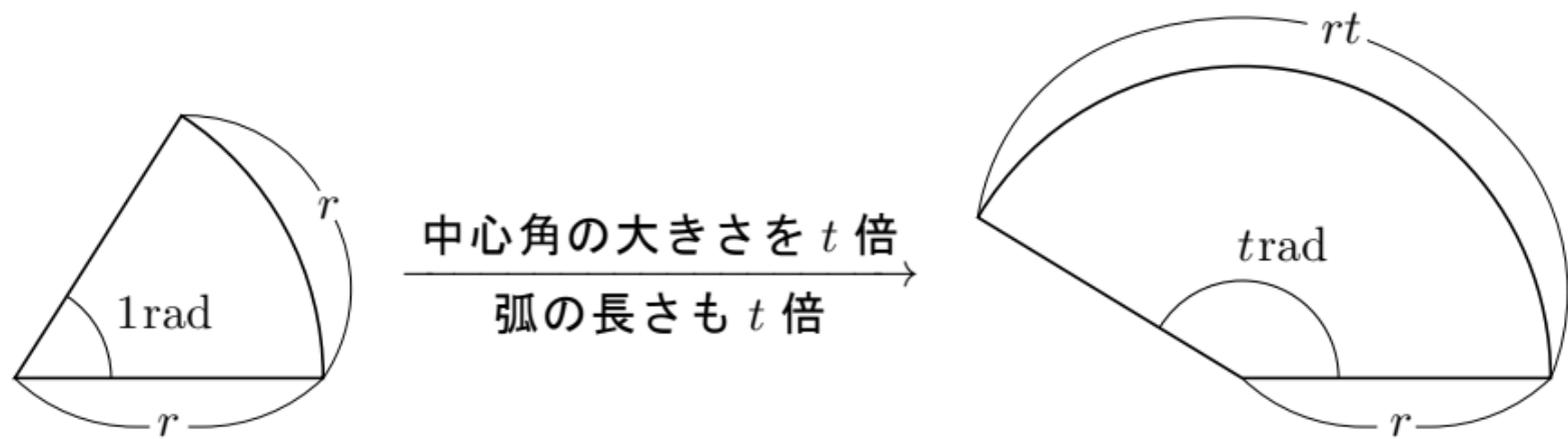


中心角の大きさを t 倍
→
弧の長さも t 倍



rad の定義より、扇形の中心角の大きさが 1rad であるとき、その扇形の半径との弧の長さとは同じなので、正の実数 r について、

半径が r で中心角の大きさが 1rad である扇形の弧の長さは r である。
正の実数 t に対し、中心角の大きさが t 倍になれば弧の長さも t 倍になるので、半径が r で中心角の大きさが $t\text{rad}$ である扇形の弧の長さは rt である。



[定理 11.1.1] 正の実数 l, r, t について、扇形の半径が r であり中心角の弧度法による大きさが $t\text{rad}$ であり弧の長さが l であるとき $l = rt$.

[定理 11.1.1] 正の実数 l, r, t について、扇形の半径が r であり中心角の弧度法による大きさが $t \text{ rad}$ であり弧の長さが l であるとき $l = rt$.

弧度法によって、扇形について半径と弧の長さとの関係が最も簡単に表される。扇形の半径が r であり中心角の度数法による大きさが t° であり弧の長さが l であるとき $l = \frac{\pi r t}{180}$. このような比例定数 $\frac{\pi}{180}$ があると先々で面倒が生じる。

[定理 11.1.1] 正の実数 l, r, t について, 扇形の半径が r であり中心角の弧度法による大きさが t rad であり弧の長さが l であるとき $l = rt$.

弧度法によって, 扇形について半径と弧の長さとの関係が最も簡単に表される.

[例] 半径が 2 であり中心角の大きさが $\frac{5}{3}$ rad である扇形の弧の長さは

$2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$ である.

終

[定理 11.1.1] 正の実数 l, r, t について, 扇形の半径が r であり中心角の弧度法による大きさが t rad であり弧の長さが l であるとき $l = rt$.

弧度法によって, 扇形について半径と弧の長さとの関係が最も簡単に表される.

[例] 半径が 2 であり中心角の大きさが $\frac{5}{3}$ rad である扇形の弧の長さは

$$2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3} \text{ である.}$$

[終]

[問 11.1.1] 半径が 4 であり中心角の大きさが $\frac{7}{6}$ rad である扇形の弧の長さを求めよ.

[定理 11.1.1] 正の実数 l, r, t について、扇形の半径が r であり中心角の弧度法による大きさが t rad であり弧の長さが l であるとき $l = rt$.

弧度法によって、扇形について半径と弧の長さとの関係が最も簡単に表される。

[例] 半径が 2 であり中心角の大きさが $\frac{5}{3}$ rad である扇形の弧の長さは

$2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$ である.

終

[問 11.1.1] 半径が 4 であり中心角の大きさが $\frac{7}{6}$ rad である扇形の弧の長さを求めよ.

扇形の弧の長さは $4 \times \frac{7}{6} = \frac{14}{3}$ である.

終

正の実数 l, r, t について、半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさを t rad とすると、 $l =$

正の実数 l, r, t について、半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさを t rad とすると、 $l = rt$ なので $t =$

正の実数 l, r, t について、半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさを t rad とすると、 $l = rt$ なので $t = \frac{l}{r}$;

正の実数 l, r, t について、半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさを t rad とすると、 $l = rt$ なので $t = \frac{l}{r}$; 半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさは弧度法で $\frac{l}{r}$ rad である.

正の実数 l, r, t について、半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさを t rad とすると、 $l = rt$ なので $t = \frac{l}{r}$; 半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさは弧度法で $\frac{l}{r}$ rad である.

例 正の実数 t について、半径が 5 で弧の長さが 7 である扇形の中心角の大きさを t rad とおくと、 $7 = 5t$ なので $t = \frac{7}{5}$. 半径が 5 で弧の長さが 7 である扇形の中心角の弧度法による大きさは $\frac{7}{5}$ rad である. □終

正の実数 l, r, t について、半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさを t rad とすると、 $l = rt$ なので $t = \frac{l}{r}$; 半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさは弧度法で $\frac{l}{r}$ rad である.

例 正の実数 t について、半径が 5 で弧の長さが 7 である扇形の中心角の大きさを t rad とおくと、 $7 = 5t$ なので $t = \frac{7}{5}$. 半径が 5 で弧の長さが 7 である扇形の中心角の弧度法による大きさは $\frac{7}{5}$ rad である. 終

問11.1.2 半径が 6 であり弧の長さが 8 である扇形の中心角の大きさを弧度法で求めよ.

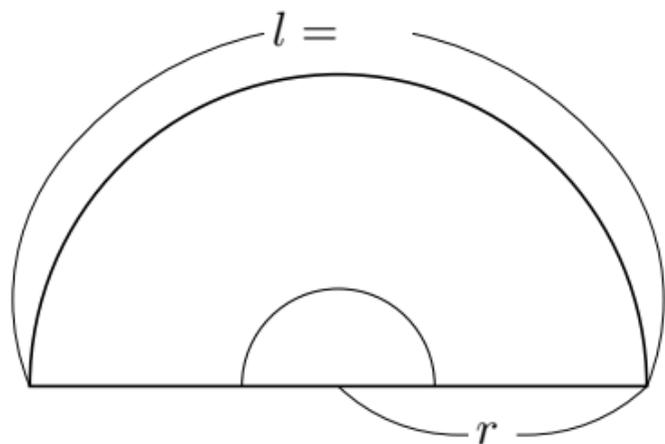
正の実数 l, r, t について、半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさを t rad とすると、 $l = rt$ なので $t = \frac{l}{r}$; 半径が r で弧の長さが l である扇形の中心角の大きさは弧度法で $\frac{l}{r}$ rad である。

例 正の実数 t について、半径が 5 で弧の長さが 7 である扇形の中心角の大きさを t rad とおくと、 $7 = 5t$ なので $t = \frac{7}{5}$. 半径が 5 で弧の長さが 7 である扇形の中心角の弧度法による大きさは $\frac{7}{5}$ rad である。 [終]

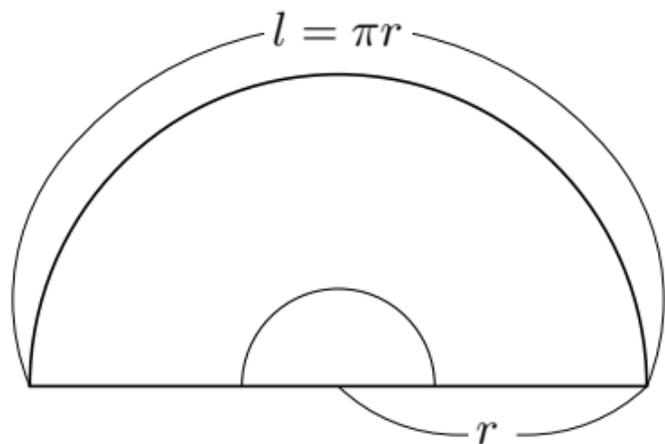
問11.1.2 半径が 6 であり弧の長さが 8 である扇形の中心角の大きさを弧度法で求めよ。

扇形の中心角の大きさは $\frac{8}{6}$ rad = $\frac{4}{3}$ rad である。 [終]

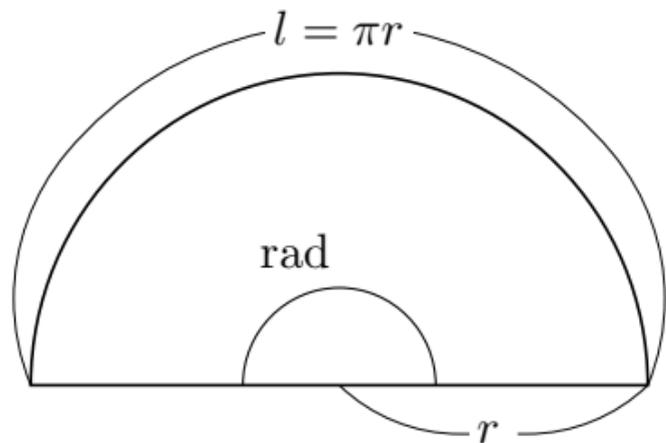
半径が r である半円の弧の長さ l
は、半径が r である円周の長さ $2\pi r$
の半分である： $l =$.



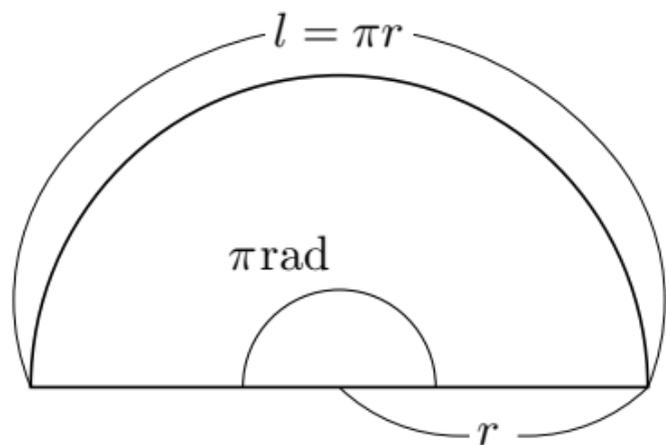
半径が r である半円の弧の長さ l
は、半径が r である円周の長さ $2\pi r$
の半分である： $l = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$.



半径が r である半円の弧の長さ l は、半径が r である円周の長さ $2\pi r$ の半分である： $l = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$. 従って半円の中心角の大きさは弧度法で $\frac{l}{r}\text{rad} = \frac{\pi r}{r}\text{rad} = \pi \text{ rad}$ である.

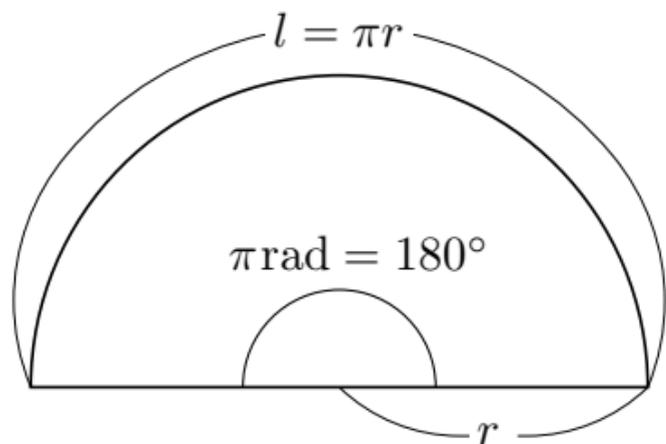


半径が r である半円の弧の長さ l は、半径が r である円周の長さ $2\pi r$ の半分である： $l = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$. 従って半円の中心角の大きさは弧度法で $\frac{l}{r}\text{rad} = \frac{\pi r}{r}\text{rad} = \pi\text{rad}$ である.



半径が r である半円の弧の長さ l は、半径が r である円周の長さ $2\pi r$ の半分である： $l = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$. 従って半円の中心角の大きさは弧度法で $\frac{l}{r}\text{rad} = \frac{\pi r}{r}\text{rad} = \pi\text{rad}$ である. 半円の中心角の大きさは度数法で 180° なので,

$$\pi\text{rad} = 180^\circ .$$



$$\pi \text{ rad} = 180^\circ .$$

$$\pi \text{rad} = 180^\circ .$$

この公式 $\pi \text{rad} = 180^\circ$ の両辺を π で割ると

$$1 \text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \doteq \left(\frac{180}{3.14}\right)^\circ \doteq 57.3^\circ .$$

$$\pi \text{rad} = 180^\circ .$$

この公式 $\pi \text{rad} = 180^\circ$ の両辺を π で割ると

$$1 \text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \doteq \left(\frac{180}{3.14}\right)^\circ \doteq 57.3^\circ .$$

また、公式 $180^\circ = \pi \text{rad}$ の両辺を 180 で割ると

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{rad} .$$

$$\pi \text{rad} = 180^\circ .$$

この公式 $\pi \text{rad} = 180^\circ$ の両辺を π で割ると

$$1 \text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \doteq \left(\frac{180}{3.14}\right)^\circ \doteq 57.3^\circ .$$

また、公式 $180^\circ = \pi \text{rad}$ の両辺を 180 で割ると

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{rad} .$$

これらの式から、弧度法と度数法との対応は次の表のようになる。

度数法	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
弧度法	0rad	$\frac{\pi}{6} \text{rad}$	$\frac{\pi}{4} \text{rad}$	$\frac{\pi}{3} \text{rad}$	$\frac{\pi}{2} \text{rad}$	$\frac{2\pi}{3} \text{rad}$	$\frac{3\pi}{4} \text{rad}$	$\frac{5\pi}{6} \text{rad}$	πrad	$\frac{3\pi}{2} \text{rad}$	$2\pi \text{rad}$

例 度数法による一般角 75° , -200° , 780° を弧度法で表す.

例 度数法による一般角 75° , -200° , 780° を弧度法で表す. 公式 $180^\circ = \pi \text{rad}$ を用いるために, $\square \times 180^\circ$ の形に変形する.

例 度数法による一般角 75° , -200° , 780° を弧度法で表す. 公式 $180^\circ = \pi \text{rad}$ を用いるために, $\square \times 180^\circ$ の形に変形する.

$$75^\circ = \frac{75}{180} \times 180^\circ = \frac{5}{12} \times \pi \text{rad} = \frac{5\pi}{12} \text{rad} .$$

例 度数法による一般角 75° , -200° , 780° を弧度法で表す. 公式 $180^\circ = \pi \text{rad}$ を用いるために, $\square \times 180^\circ$ の形に変形する.

$$75^\circ = \frac{75}{180} \times 180^\circ = \frac{5}{12} \times \pi \text{rad} = \frac{5\pi}{12} \text{rad} .$$

$$-200^\circ = -\frac{200}{180} \times 180^\circ = -\frac{10}{9} \times \pi \text{rad} = -\frac{10\pi}{9} \text{rad} .$$

例 度数法による一般角 75° , -200° , 780° を弧度法で表す. 公式 $180^\circ = \pi \text{rad}$ を用いるために, $\square \times 180^\circ$ の形に変形する.

$$75^\circ = \frac{75}{180} \times 180^\circ = \frac{5}{12} \times \pi \text{rad} = \frac{5\pi}{12} \text{rad} .$$

$$-200^\circ = -\frac{200}{180} \times 180^\circ = -\frac{10}{9} \times \pi \text{rad} = -\frac{10\pi}{9} \text{rad} .$$

$$780^\circ = \frac{780}{180} \times 180^\circ = \frac{13}{3} \times \pi \text{rad} = \frac{13\pi}{3} \text{rad} .$$

終

問11.1.1 度数法による一般角 72° , -320° , 840° を弧度法で表せ.

$$72^\circ = \quad \pi \text{rad} = \quad \text{rad} .$$

$$-320^\circ = \quad \pi \text{rad} = \quad \text{rad} .$$

$$840^\circ = \quad \pi \text{rad} = \quad \text{rad} .$$

問11.1.1 度数法による一般角 72° , -320° , 840° を弧度法で表せ.

$$72^\circ = \frac{72}{180}\pi\text{rad} = \frac{2\pi}{5}\text{rad} .$$

$$-320^\circ = \quad \pi\text{rad} = \quad \text{rad} .$$

$$840^\circ = \quad \pi\text{rad} = \quad \text{rad} .$$

問11.1.1 度数法による一般角 72° , -320° , 840° を弧度法で表せ.

$$72^\circ = \frac{72}{180}\pi\text{rad} = \frac{2\pi}{5}\text{rad} .$$

$$-320^\circ = -\frac{320}{180}\pi\text{rad} = -\frac{16\pi}{9}\text{rad} .$$

$$840^\circ = \quad \pi\text{rad} = \quad \text{rad} .$$

問11.1.1 度数法による一般角 72° , -320° , 840° を弧度法で表せ.

$$72^\circ = \frac{72}{180}\pi\text{rad} = \frac{2\pi}{5}\text{rad} .$$

$$-320^\circ = -\frac{320}{180}\pi\text{rad} = -\frac{16\pi}{9}\text{rad} .$$

$$840^\circ = \frac{840}{180}\pi\text{rad} = \frac{14\pi}{3}\text{rad} .$$

終

例 弧度法による一般角 $\frac{2\pi}{3}\text{rad}$, $-\frac{11\pi}{8}\text{rad}$, $\frac{8}{3}\text{rad}$ を度数法で表す.

例 弧度法による一般角 $\frac{2\pi}{3}\text{rad}$, $-\frac{11\pi}{8}\text{rad}$, $\frac{8}{3}\text{rad}$ を度数法で表す. 公式 $\pi\text{rad} = 180^\circ$ を用いる.

例 弧度法による一般角 $\frac{2\pi}{3}\text{rad}$, $-\frac{11\pi}{8}\text{rad}$, $\frac{8}{3}\text{rad}$ を度数法で表す. 公式 $\pi\text{rad} = 180^\circ$ を用いる.

$$\frac{2\pi}{3}\text{rad} = \frac{2}{3} \times \pi\text{rad} = \frac{2}{3} \times 180^\circ = 120^\circ .$$

例 弧度法による一般角 $\frac{2\pi}{3}\text{rad}$, $-\frac{11\pi}{8}\text{rad}$, $\frac{8}{3}\text{rad}$ を度数法で表す. 公式 $\pi\text{rad} = 180^\circ$ を用いる.

$$\frac{2\pi}{3}\text{rad} = \frac{2}{3} \times \pi\text{rad} = \frac{2}{3} \times 180^\circ = 120^\circ .$$

$$-\frac{11\pi}{8}\text{rad} = -\frac{11}{8} \times \pi\text{rad} = -\frac{11}{8} \times 180^\circ = -\left(\frac{495}{2}\right)^\circ .$$

例 弧度法による一般角 $\frac{2\pi}{3}\text{rad}$, $-\frac{11\pi}{8}\text{rad}$, $\frac{8}{3}\text{rad}$ を度数法で表す. 公式 $\pi\text{rad} = 180^\circ$ を用いる.

$$\frac{2\pi}{3}\text{rad} = \frac{2}{3} \times \pi\text{rad} = \frac{2}{3} \times 180^\circ = 120^\circ .$$

$$-\frac{11\pi}{8}\text{rad} = -\frac{11}{8} \times \pi\text{rad} = -\frac{11}{8} \times 180^\circ = -\left(\frac{495}{2}\right)^\circ .$$

$$\frac{8}{3}\text{rad} = \frac{8}{3\pi} \times \pi\text{rad} = \frac{8}{3\pi} \times 180^\circ = \left(\frac{480}{\pi}\right)^\circ .$$

終

問11.1.2 弧度法による一般角 $\frac{7\pi}{6}\text{rad}$, $-\frac{19\pi}{14}\text{rad}$, $\frac{7}{2}\text{rad}$ を度数法で表せ.

$$\frac{7\pi}{6}\text{rad} = \quad \times 180^\circ = \quad .$$

$$-\frac{19\pi}{14}\text{rad} = \quad \times 180^\circ = \quad .$$

$$\frac{7}{2}\text{rad} = \quad \times \frac{180^\circ}{\quad} = \quad .$$

問11.1.2 弧度法による一般角 $\frac{7\pi}{6}\text{rad}$, $-\frac{19\pi}{14}\text{rad}$, $\frac{7}{2}\text{rad}$ を度数法で表せ.

$$\frac{7\pi}{6}\text{rad} = \frac{7}{6} \times 180^\circ = 210^\circ .$$

$$-\frac{19\pi}{14}\text{rad} = \quad \times 180^\circ = \quad .$$

$$\frac{7}{2}\text{rad} = \quad \times \frac{180^\circ}{\quad} = \quad .$$

問11.1.2 弧度法による一般角 $\frac{7\pi}{6}\text{rad}$, $-\frac{19\pi}{14}\text{rad}$, $\frac{7}{2}\text{rad}$ を度数法で表せ.

$$\frac{7\pi}{6}\text{rad} = \frac{7}{6} \times 180^\circ = 210^\circ .$$

$$-\frac{19\pi}{14}\text{rad} = -\frac{19}{14} \times 180^\circ = -\left(\frac{1710}{7}\right)^\circ .$$

$$\frac{7}{2}\text{rad} = \quad \times \frac{180^\circ}{\quad} = \quad .$$

問11.1.2 弧度法による一般角 $\frac{7\pi}{6}\text{rad}$, $-\frac{19\pi}{14}\text{rad}$, $\frac{7}{2}\text{rad}$ を度数法で表せ.

$$\frac{7\pi}{6}\text{rad} = \frac{7}{6} \times 180^\circ = 210^\circ .$$

$$-\frac{19\pi}{14}\text{rad} = -\frac{19}{14} \times 180^\circ = -\left(\frac{1710}{7}\right)^\circ .$$

$$\frac{7}{2}\text{rad} = \frac{7}{2} \times \frac{180^\circ}{\pi} = \left(\frac{630}{\pi}\right)^\circ .$$

終

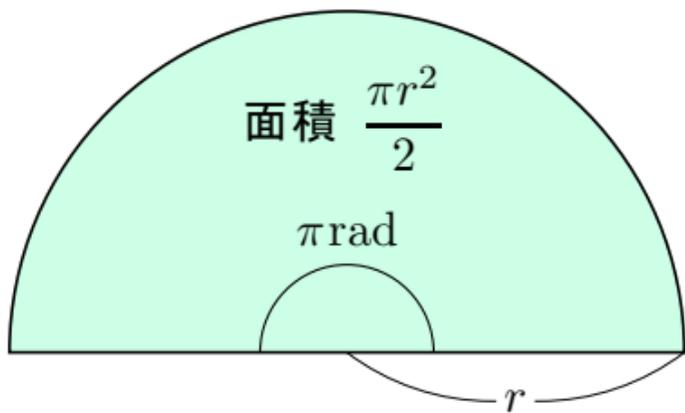
角度の単位 rad は略すことがある．角度の単位が略されているときは単位は rad であると考える．例えば，角度 30 は角度 $30\text{rad} = \left(\frac{5400}{\pi}\right)^\circ$ （約 1718.87 度）のことである．

“扇形で囲まれる図形の面積”を略して“扇形の面積”という。正の実数 r について、半径が r である半円の面積は $\frac{\pi r^2}{2}$ である。

“扇形で囲まれる図形の面積”を略して“扇形の面積”という. 正の実数 r について, 半径が r である半円の面積は $\frac{\pi r^2}{2}$ である. 半円は中心角の大きさが $180^\circ = \pi \text{rad}$ である扇形なので,

半径が r で中心角の大きさが πrad である扇形の面積は $\frac{\pi r^2}{2}$ である.

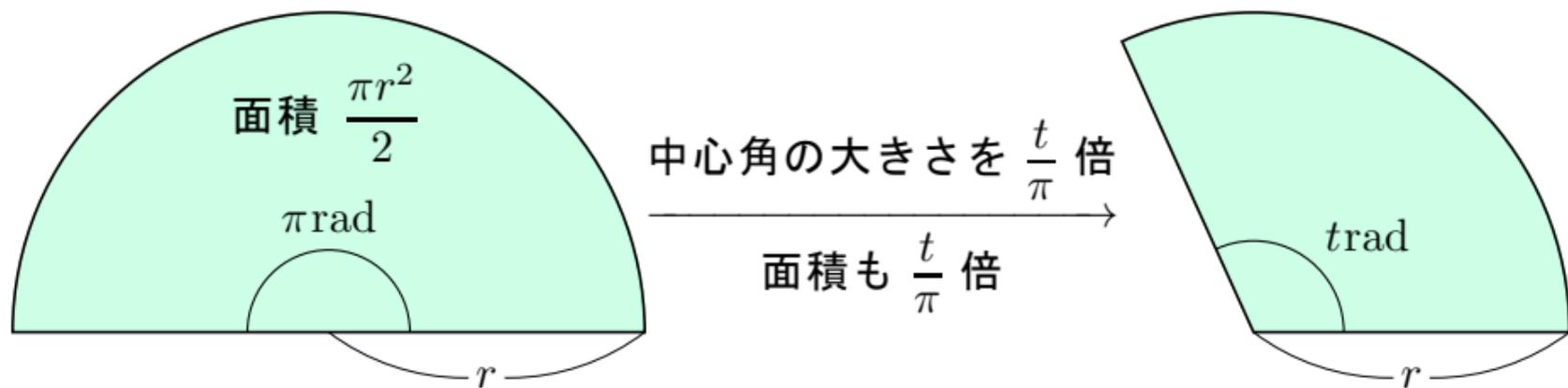
半径が r で中心角の大きさが $\pi \text{ rad}$ である扇形の面積は $\frac{\pi r^2}{2}$ である.



半径が r で中心角の大きさが $\pi \text{ rad}$ である扇形の面積は $\frac{\pi r^2}{2}$ である。

正の実数 t に対し、中心角の大きさが $\frac{t}{\pi}$ 倍になると面積も $\frac{t}{\pi}$ 倍になるので、

半径が r で中心角の大きさが $\pi \cdot \frac{t}{\pi} \text{ rad}$ である扇の面積は $\frac{t}{\pi} \frac{\pi r^2}{2}$ である。



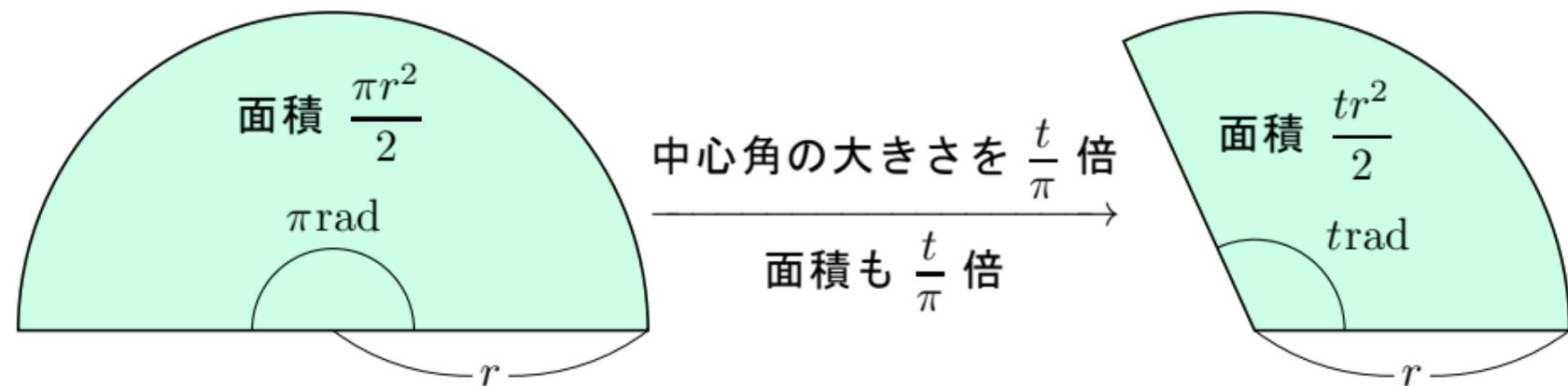
半径が r で中心角の大きさが $\pi \text{ rad}$ である扇形の面積は $\frac{\pi r^2}{2}$ である。

正の実数 t に対し、中心角の大きさが $\frac{t}{\pi}$ 倍になると面積も $\frac{t}{\pi}$ 倍になるので、

半径が r で中心角の大きさが $\pi \cdot \frac{t}{\pi} \text{ rad}$ である扇の面積は $\frac{t}{\pi} \frac{\pi r^2}{2}$ である。

つまり、

半径が r で中心角の大きさが $t \text{ rad}$ である扇形の面積は $\frac{tr^2}{2}$ である。



[定理 11.1.2] 正の実数 r, t について, 半径が r であり中心角の弧度法による大きさが t rad である扇形で囲まれる図形の面積は $\frac{1}{2}r^2t$ である.

[定理 11.1.2] 正の実数 r, t について, 半径が r であり中心角の弧度法による大きさが t rad である扇形で囲まれる図形の面積は $\frac{1}{2}r^2t$ である.

例 半径が 5 であり中心角の大きさが 3 rad である扇形で囲まれる図形の面積は

$$\frac{1}{2} \times 5^2 \times 3 = \frac{75}{2} .$$

終

[定理 11.1.2] 正の実数 r, t について, 半径が r であり中心角の弧度法による大きさが t rad である扇形で囲まれる図形の面積は $\frac{1}{2}r^2t$ である.

[例] 半径が 5 であり中心角の大きさが 3 rad である扇形で囲まれる図形の面積は

$$\frac{1}{2} \times 5^2 \times 3 = \frac{75}{2} . \quad \boxed{\text{終}}$$

[問 11.1.3] 半径が 3 であり中心角の大きさが $\frac{8\pi}{7}$ rad である扇形で囲まれる図形の面積を求めよ.

[定理 11.1.2] 正の実数 r, t について、半径が r であり中心角の弧度法による大きさが t rad である扇形で囲まれる図形の面積は $\frac{1}{2}r^2t$ である。

[例] 半径が 5 であり中心角の大きさが 3 rad である扇形で囲まれる図形の面積は

$$\frac{1}{2} \times 5^2 \times 3 = \frac{75}{2} . \quad \boxed{\text{終}}$$

[問 11.1.3] 半径が 3 であり中心角の大きさが $\frac{8\pi}{7}$ rad である扇形で囲まれる図形の面積を求めよ。

扇形で囲まれる図形の面積は $\frac{1}{2} \times 3^2 \times \frac{8\pi}{7} = \frac{36\pi}{7}$ である。