

11.2 三角関数の定義

実数を表す変数 x の, 正弦関数 $\sin x$ 及び余弦関数 $\cos x$ 及び正接関数 $\tan x$ を考える.

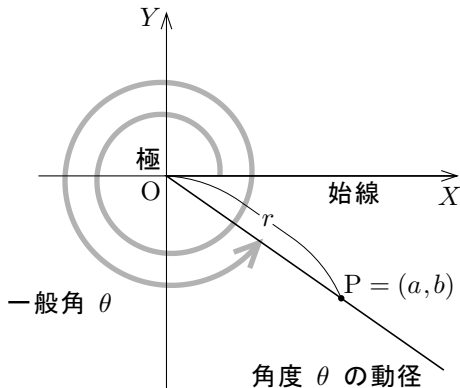
実数を表す変数 x の, 正弦関数 $\sin x$ 及び余弦関数 $\cos x$ 及び正接関数 $\tan x$ を考える.

角度を表す変数 θ の, 正弦 $\sin \theta$ 及び余弦 $\cos \theta$ 及び正接関数 $\tan \theta$ を復習する.

一般角 θ の正弦 $\sin\theta$, 余弦 $\cos\theta$, 正接 $\tan\theta$ を次のように定義した : XY 座標平面において , 原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 θ の動径に属す点 $P = (a,b)$ (但し $P \neq O$) に対して $r = \overline{OP}$ とおくとき ,

$$\sin\theta = -\frac{b}{r} , \quad \cos\theta = -\frac{a}{r} ,$$

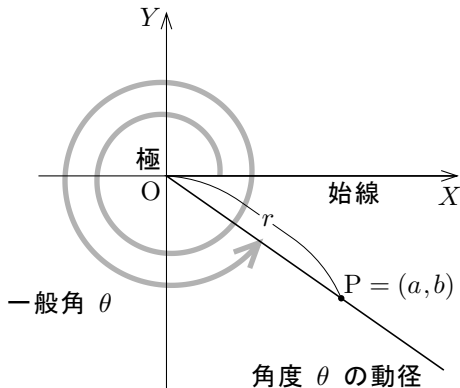
$$r \neq 0 \text{ のとき } \tan\theta = -\frac{b}{a} .$$



一般角 θ の正弦 $\sin\theta$, 余弦 $\cos\theta$, 正接 $\tan\theta$ を次のように定義した : XY 座標平面において , 原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 θ の動径に属す点 $P = (a,b)$ (但し $P \neq O$) に対して $r = \overline{OP}$ とおくとき ,

$$\sin\theta = \frac{b}{r} , \quad \cos\theta = \frac{a}{r} ,$$

$$a \neq 0 \text{ のとき } \tan\theta = \frac{b}{a} .$$

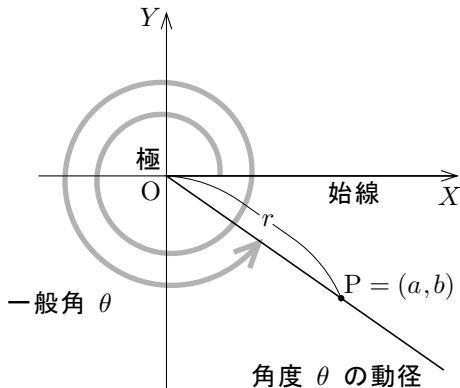


一般角 θ の正弦 $\sin\theta$, 余弦 $\cos\theta$, 正接 $\tan\theta$ を次のように定義した: XY 座標平面において, 原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 θ の動径に属す点 $P = (a,b)$ (但し $P \neq O$) に対して $r = \overline{OP}$ とおくとき,

$$\sin\theta = \frac{b}{r}, \quad \cos\theta = \frac{a}{r},$$

$$a \neq 0 \text{ のとき } \tan\theta = \frac{b}{a}.$$

この定義において, 角度 θ の表現法は度数法でも弧度法でもよい.

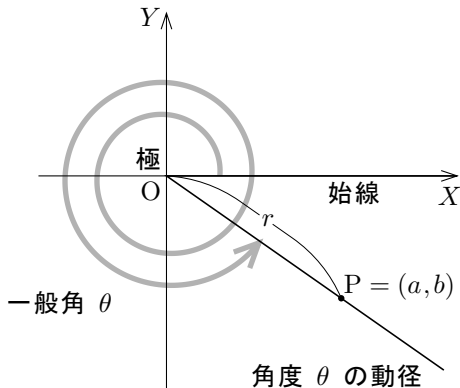


一般角 θ の正弦 $\sin\theta$, 余弦 $\cos\theta$, 正接 $\tan\theta$ を次のように定義した: XY 座標平面において, 原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 θ の動径に属す点 $P = (a,b)$ (但し $P \neq O$) に対して $r = \overline{OP}$ とおくとき,

$$\sin\theta = \frac{b}{r}, \quad \cos\theta = \frac{a}{r},$$

$$a \neq 0 \text{ のとき } \tan\theta = \frac{b}{a}.$$

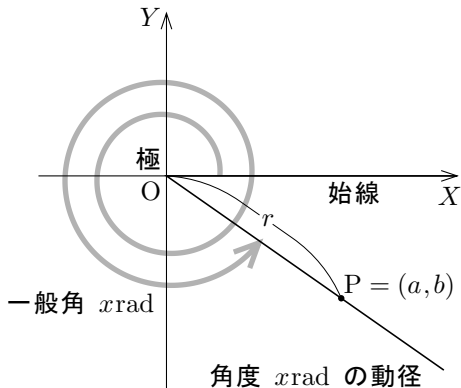
この定義において, 実数 x に対して一般角 θ を $x\text{rad}$ とする.



[定義] 実数 x における, 正弦関数の値 $\sin x$, 余弦関数の値 $\cos x$, 正接関数の値 $\tan x$ を次のように定義する: XY 座標平面において, 原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する一般角 $x\text{rad}$ の動径に属す点 $P = (a,b)$ (但し $P \neq O$) について $r = \overline{OP}$ とおくとき,

$$\sin x = \frac{b}{r}, \quad \cos x = \frac{a}{r},$$

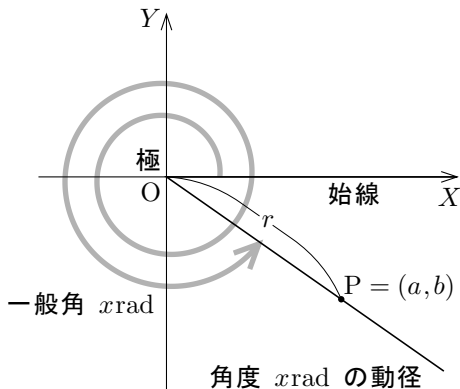
$$a \neq 0 \text{ のとき } \tan x = \frac{b}{a}.$$



[定義] 実数 x における, 正弦関数の値 $\sin x$, 余弦関数の値 $\cos x$, 正接関数の値 $\tan x$ を次のように定義する: XY 座標平面において, 原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する一般角 $x\text{rad}$ の動径に属す点 $P = (a,b)$ (但し $P \neq O$) について $r = \overline{OP}$ とおくとき,

$$\sin x = \frac{b}{r}, \quad \cos x = \frac{a}{r},$$

$$a \neq 0 \text{ のとき } \tan x = \frac{b}{a}.$$



正弦関数と余弦関数と正接関数とを総称して三角関数という.

三角比は一般角 θ に正弦 $\sin \theta$ や余弦 $\cos \theta$ や正接 $\tan \theta$ を対応させる. 三角関数は実数 x に正弦関数の値 $\sin x$ や余弦関数の値 $\cos x$ や正接関数の値 $\tan x$ を対応させる.

実数 x における正弦関数の値 $\sin x$ の定義は、一般角 θ の正弦 $\sin \theta$ の値の定義において $\theta = x\text{rad}$ としたものである。よって、正弦関数の値 $\sin x$ は一般角 $x\text{rad}$ の正弦 $\sin(x\text{rad})$ と同じである：

$$\sin x = \sin(x\text{rad}) .$$

実数 x における正弦関数の値 $\sin x$ の定義は、一般角 θ の正弦 $\sin \theta$ の値の定義において $\theta = x\text{rad}$ としたものである。よって、正弦関数の値 $\sin x$ は一般角 $x\text{rad}$ の正弦 $\sin(x\text{rad})$ と同じである：

$$\sin x = \sin(x\text{rad}) .$$

実数 x における余弦関数の値 $\cos x$ の定義は、一般角 θ の余弦 $\cos \theta$ の値の定義において $\theta = x\text{rad}$ としたものである。よって、余弦関数の値 $\cos x$ は一般角 $x\text{rad}$ の余弦 $\cos(x\text{rad})$ と同じである：

$$\cos x = \cos(x\text{rad}) .$$

一般角 θ が $90^\circ = \frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないとき正接 $\tan\theta$ の値がある.

一般角 θ が $90^\circ = \frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないとき正接 $\tan\theta$ の値がある. 実数 x が $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でないとき, 一般角 $x\text{rad}$ は $\frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないので, 正接 $\tan(x\text{rad})$ の値があり, x における正接関数の値 $\tan x$ は一般角 $x\text{rad}$ の正接 $\tan(x\text{rad})$ と同じである:

実数 x が $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でないとき $\tan x = \tan(x\text{rad})$.

$$\sin x = \sin(x\text{rad}) \ , \qquad \cos x = \cos(x\text{rad}) \ ,$$

実数 x が $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でないとき $\tan x = \tan(x\text{rad})$.

角度を表す方法に度数法と弧度法とがあるが、三角関数を考えるときは弧度法に限る.

$$\sin x = \sin(x\text{rad}) \ , \qquad \cos x = \cos(x\text{rad}) \ ,$$

実数 x が $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でないとき $\tan x = \tan(x\text{rad})$.

角度を表す方法に度数法と弧度法とがあるが，三角関数を考えるときは弧度法に限る.

角度の三角比と実数に対する三角関数の値とを区別すること. 例えば，角度 30° の正弦は $\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0.5$ である.

$$\sin x = \sin(x\text{rad}) \ , \quad \cos x = \cos(x\text{rad}) \ ,$$

実数 x が $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でないとき $\tan x = \tan(x\text{rad})$.

角度を表す方法に度数法と弧度法とがあるが、三角関数を考えるときは弧度法に限る.

角度の三角比と実数に対する三角関数の値とを区別すること. 例えば, 角度 30° の正弦は $\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0.5$ である.

$$30\text{rad} = \frac{30}{\pi} \times \pi\text{rad} = \frac{30}{\pi} \times 180^\circ = \left(\frac{5400}{\pi}\right)^\circ \doteq 1718.87^\circ \ ,$$

$$\sin x = \sin(x\text{rad}) \quad , \quad \cos x = \cos(x\text{rad}) \quad ,$$

実数 x が $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でないとき $\tan x = \tan(x\text{rad})$.

角度を表す方法に度数法と弧度法とがあるが、三角関数を考えるときは弧度法に限る.

角度の三角比と実数に対する三角関数の値とを区別すること. 例えば、角度 30° の正弦は $\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0.5$ である.

$$30\text{rad} = \frac{30}{\pi} \times \pi\text{rad} = \frac{30}{\pi} \times 180^\circ = \left(\frac{5400}{\pi}\right)^\circ \doteq 1718.87^\circ \quad ,$$

よって、実数 30 における正弦関数の値は

$$\sin 30 = \sin(30\text{rad}) \doteq \sin 1718.87^\circ \doteq -0.988$$

である.

$$\frac{\pi}{6}\text{rad} = \frac{1}{6} \times \quad \circ = \quad \circ \quad \text{なので,}$$

$$\frac{\pi}{6}\text{rad} = \frac{1}{6} \times 180^\circ = 30^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\frac{\pi}{6}\text{rad} = \frac{1}{6} \times 180^\circ = 30^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\text{rad}\right) = \sin 30^\circ = \quad ,$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \cos\left(\frac{\pi}{6}\text{rad}\right) = \cos 30^\circ = \quad ,$$

$$\tan \frac{\pi}{6} = \tan\left(\frac{\pi}{6}\text{rad}\right) = \tan 30^\circ = \quad .$$

$$\frac{\pi}{6}\text{rad} = \frac{1}{6} \times 180^\circ = 30^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\text{rad}\right) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad ,$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \cos\left(\frac{\pi}{6}\text{rad}\right) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad ,$$

$$\tan \frac{\pi}{6} = \tan\left(\frac{\pi}{6}\text{rad}\right) = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad .$$

$$\frac{\pi}{4}\text{rad} = \frac{1}{4} \times \quad \circ = \quad \circ \quad \text{なので,}$$

$$\frac{\pi}{4}\text{rad} = \frac{1}{4} \times 180^\circ = 45^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\frac{\pi}{4}\text{rad} = \frac{1}{4} \times 180^\circ = 45^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \sin 45^\circ = \quad ,$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \cos 45^\circ = \quad ,$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = \tan\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \tan 45^\circ = \quad .$$

$$\frac{\pi}{4}\text{rad} = \frac{1}{4} \times 180^\circ = 45^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad ,$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad ,$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = \tan\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \tan 45^\circ = 1 \quad .$$

$$\frac{\pi}{3}\text{rad} = \frac{1}{3} \times \quad \circ = \quad \circ \quad \text{なので,}$$

$$\frac{\pi}{3}\text{rad} = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\frac{\pi}{3}\text{rad} = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \sin\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \sin 60^\circ = \quad ,$$

$$\cos \frac{\pi}{3} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \cos 60^\circ = \quad ,$$

$$\tan \frac{\pi}{3} = \tan\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \tan 60^\circ = \quad .$$

$$\frac{\pi}{3}\text{rad} = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \sin\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \ ,$$

$$\cos \frac{\pi}{3} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \ ,$$

$$\tan \frac{\pi}{3} = \tan\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \ .$$

以下の値は憶えること.

$$\begin{array}{lll} \sin 0 = \sin 0^\circ = 0, & \cos 0 = \cos 0^\circ = 1, & \tan 0 = \tan 0^\circ = 0; \\ \sin \frac{\pi}{6} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, & \cos \frac{\pi}{6} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, & \tan \frac{\pi}{6} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}; \\ \sin \frac{\pi}{4} = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, & \cos \frac{\pi}{4} = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, & \tan \frac{\pi}{4} = \tan 45^\circ = 1; \\ \sin \frac{\pi}{3} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, & \cos \frac{\pi}{3} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, & \tan \frac{\pi}{3} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}; \\ \sin \frac{\pi}{2} = \sin 90^\circ = 1, & \cos \frac{\pi}{2} = \cos 90^\circ = 0, & \tan \frac{\pi}{2} \text{ の値は無い.} \end{array}$$

任意の一般角 θ について,

$$-\frac{1}{2} \leq \sin \theta \leq \frac{1}{2}, \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos \theta \leq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

任意の一般角 θ について,

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1, \quad -1 \leq \cos \theta \leq 1 .$$

角度 θ の表現法は度数法でも弧度法でもよい.

任意の一般角 θ について,

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1 \ , \quad -1 \leq \cos \theta \leq 1 \ .$$

任意の実数 x に対する一般角 $x\text{rad}$ について,

$$-1 \leq \sin(x\text{rad}) \leq 1 \ , \quad -1 \leq \cos(x\text{rad}) \leq 1 \ ;$$

任意の一般角 θ について,

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1, \quad -1 \leq \cos \theta \leq 1 .$$

任意の実数 x に対する一般角 $x\text{rad}$ について,

$$-1 \leq \sin(x\text{rad}) \leq 1, \quad -1 \leq \cos(x\text{rad}) \leq 1 ;$$

$\sin(x\text{rad}) = \sin x$, $\cos(x\text{rad}) = \cos x$ **なので**,

$$-1 \leq \sin x \leq 1, \quad -1 \leq \cos x \leq 1 .$$

任意の一般角 θ について,

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1, \quad -1 \leq \cos \theta \leq 1.$$

任意の実数 x に対する一般角 $x\text{rad}$ について,

$$-1 \leq \sin(x\text{rad}) \leq 1, \quad -1 \leq \cos(x\text{rad}) \leq 1;$$

$\sin(x\text{rad}) = \sin x$, $\cos(x\text{rad}) = \cos x$ なので,

$$-1 \leq \sin x \leq 1, \quad -1 \leq \cos x \leq 1.$$

[定理 11.2.1] 任意の実数 x について,

$$-1 \leq \sin x \leq 1, \quad -1 \leq \cos x \leq 1.$$

角度 θ が角度 $90^\circ = \frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないとき $\tan\theta = \text{――}$.

角度 θ が角度 $90^\circ = \frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないとき $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$. 角度 θ
の表現法は度数法でも弧度法でもよい.

角度 θ が角度 $90^\circ = \frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないとき $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$. 実数 x が $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でないとき, 角度 $x\text{rad}$ は角度 $\frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないので,

$$\tan(x\text{rad}) = \frac{\sin(x\text{rad})}{\cos(x\text{rad})} ,$$

角度 θ が角度 $90^\circ = \frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないとき $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$. 実数 x が

$\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でないとき, 角度 $x\text{rad}$ は角度 $\frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないので,

$$\tan(x\text{rad}) = \frac{\sin(x\text{rad})}{\cos(x\text{rad})} ,$$

$\tan(x\text{rad}) = \tan x$, $\sin(x\text{rad}) = \sin x$, $\cos(x\text{rad}) = \cos x$ なので

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} .$$

角度 θ が角度 $90^\circ = \frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないとき $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$. 実数 x が

$\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でないとき, 角度 $x\text{rad}$ は角度 $\frac{\pi}{2}\text{rad}$ の奇数倍でないので,

$$\tan(x\text{rad}) = \frac{\sin(x\text{rad})}{\cos(x\text{rad})} ,$$

$\tan(x\text{rad}) = \tan x$, $\sin(x\text{rad}) = \sin x$, $\cos(x\text{rad}) = \cos x$ なので

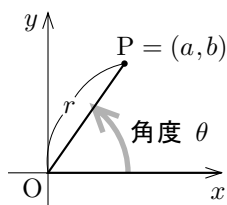
$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} .$$

[定理 11.2.2] 任意の実数 x について,

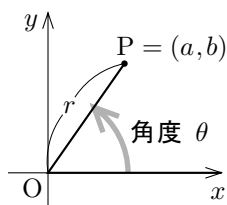
$$x \text{ が } \frac{\pi}{2} \text{ の奇数倍でないとき } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} .$$

以後、正弦関数と余弦関数については、特に断りがない限り、定義域は実数全体とする。また、正接関数については、特に断りがない限り、 $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でない実数の全体とする。

一般角 θ に対して, xy 座標平面において原点 $O = (0,0)$ と, 始線 Ox に対する角度 θ の動径に属す点 $P = (a,b)$ ($P \neq O$) とをとり, $r = \overline{OP} > 0$ とおく.



一般角 θ に対して, xy 座標平面において原点 $O = (0,0)$ と, 始線 Ox に対する角度 θ の動径に属す点 $P = (a,b)$ ($P \neq O$) とをとり, $r = \overline{OP} > 0$ とおく. θ 正弦・余弦・正接の符号は次のようになる:



θ が第 1 象限の角度のとき, $a > 0$ かつ $b > 0$ なので,

$$\sin \theta = \frac{b}{r} > 0, \quad \cos \theta = \frac{a}{r} > 0, \quad \tan \theta = \frac{b}{a} > 0;$$

θ が第 2 象限の角度のとき, $a < 0$ かつ $b > 0$ なので,

$$\sin \theta = \frac{b}{r} > 0, \quad \cos \theta = \frac{a}{r} < 0, \quad \tan \theta = \frac{b}{a} < 0;$$

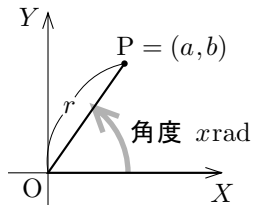
θ が第 3 象限の角度のとき, $a < 0$ かつ $b < 0$ なので,

$$\sin \theta = \frac{b}{r} < 0, \quad \cos \theta = \frac{a}{r} < 0, \quad \tan \theta = \frac{b}{a} > 0;$$

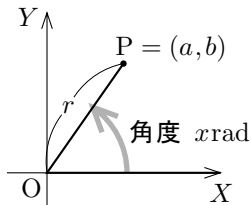
θ が第 4 象限の角度のとき, $a > 0$ かつ $b < 0$ なので,

$$\sin \theta = \frac{b}{r} < 0, \quad \cos \theta = \frac{a}{r} > 0, \quad \tan \theta = \frac{b}{a} < 0.$$

実数 x に対して, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ と, 始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に属す点 $P = (a,b)$ ($P \neq O$) とをとり, $r = \overline{OP} > 0$ とおく.



実数 x に対して、 XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ と、始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に属す点 $P = (a,b)$ ($P \neq O$) とをとり、 $r = \overline{OP} > 0$ とおく． x における正弦関数の値・余弦関数の値・正接関数の値の符号は次のようになる：



$x\text{rad}$ が第 1 象限の角度のとき、 $a > 0$ かつ $b > 0$ なので、

$$\sin x = \frac{b}{r} > 0, \quad \cos x = \frac{a}{r} > 0, \quad \tan x = \frac{b}{a} > 0 ;$$

$x\text{rad}$ が第 2 象限の角度のとき、 $a < 0$ かつ $b > 0$ なので、

$$\sin x = \frac{b}{r} > 0, \quad \cos x = \frac{a}{r} < 0, \quad \tan x = \frac{b}{a} < 0 ;$$

$x\text{rad}$ が第 3 象限の角度のとき、 $a < 0$ かつ $b < 0$ なので、

$$\sin x = \frac{b}{r} < 0, \quad \cos x = \frac{a}{r} < 0, \quad \tan x = \frac{b}{a} > 0 ;$$

$x\text{rad}$ が第 4 象限の角度のとき、 $a > 0$ かつ $b < 0$ なので、

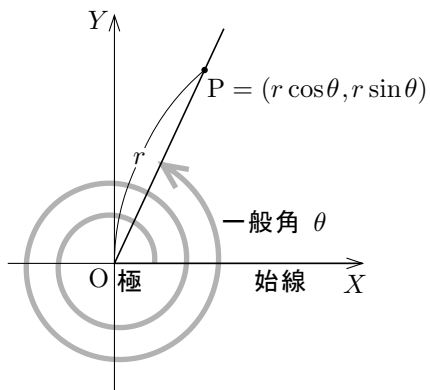
$$\sin x = \frac{b}{r} < 0, \quad \cos x = \frac{a}{r} > 0, \quad \tan x = \frac{b}{a} < 0 .$$



XY 座標平面において、原点
 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸
びる始線 OX に対する一般角 θ の動径
に属す点 P について $r = \overline{OP}$ とおくと

$$P = (r \cos \theta, r \sin \theta) .$$

角度 θ の表現法は度数法でも弧度法で
もよい.

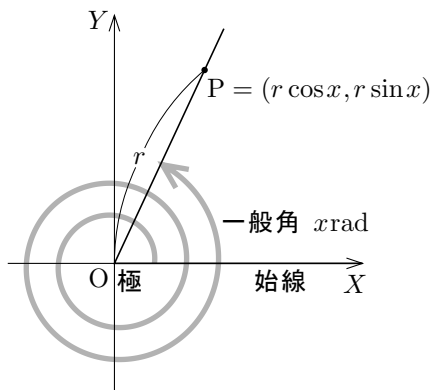


XY 座標平面において、原点
 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸
びる始線 OX に対する一般角 θ の動径
に属す点 P について $r = \overline{OP}$ とおくと

$$P = (r \cos \theta, r \sin \theta) .$$

実数 x に対して、始線 OX に対する一
般角 $x\text{rad}$ の動径に属す点 P について
 $r = \overline{OP}$ とおくと

$$\begin{aligned} P &= (r \cos(x\text{rad}), r \sin(x\text{rad})) \\ &= (r \cos x, r \sin x) . \end{aligned}$$

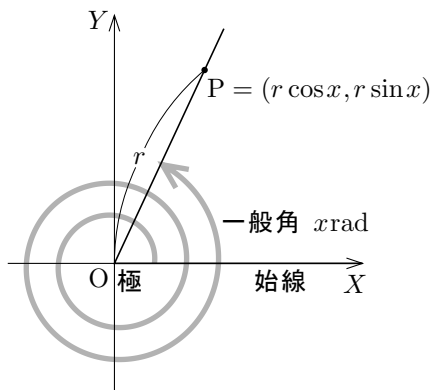


XY 座標平面において、原点
 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する一般角 θ の動径に属す点 P について $r = \overline{OP}$ とおくと

$$P = (r \cos \theta, r \sin \theta) .$$

実数 x に対して、始線 OX に対する一般角 $x\text{rad}$ の動径に属す点 P について $r = \overline{OP}$ とおくと

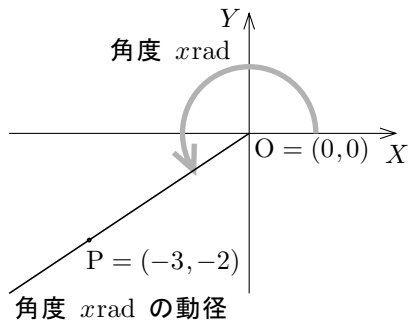
$$\begin{aligned} P &= (r \cos(x\text{rad}), r \sin(x\text{rad})) \\ &= (r \cos x, r \sin x) . \end{aligned}$$



[定理 11.2.3] 実数 x に対して、 XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する一般角 $x\text{rad}$ の動径に属す点 P について $r = \overline{OP}$ とおくと、 $P = (r \cos x, r \sin x)$.

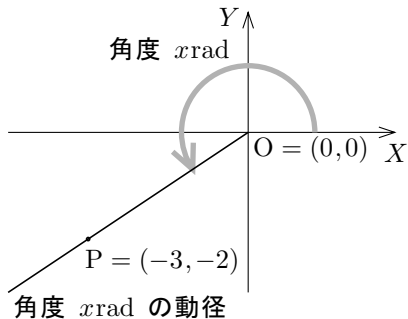
定義に従って三角関数の値を求めてみる.

例 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (-3, -2)$ が属するとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求める.



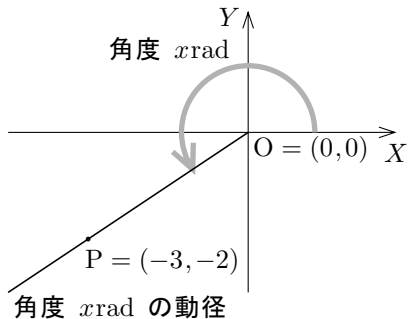
例 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (-3, -2)$ が属するとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求める.

$\overline{OP} =$



例 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (-3, -2)$ が属するとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求める.

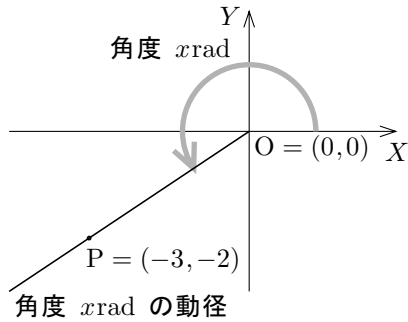
$$\overline{OP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13} .$$



例 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (-3, -2)$ が属するとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求める.

$\overline{OP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13}$.
 正弦関数・余弦関数・正接関数の定義より,

$$\sin x = \quad = \quad ,$$



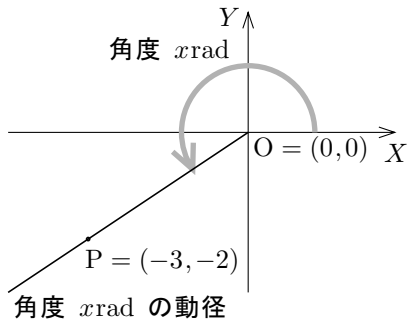
例 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (-3, -2)$ が属するとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求める.

$$\overline{OP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13}.$$

正弦関数・余弦関数・正接関数の定義より,

$$\sin x = \frac{-2}{\sqrt{13}} = -\frac{2}{\sqrt{13}},$$

$$\cos x = \quad = \quad ,$$



例 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (-3,-2)$ が属するとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求める.

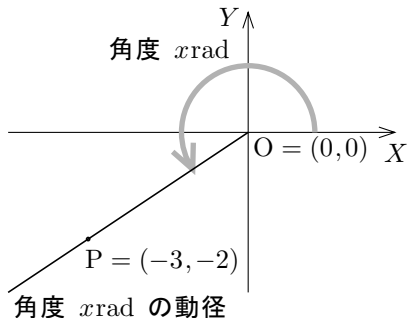
$$\overline{OP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13}.$$

正弦関数・余弦関数・正接関数の定義より,

$$\sin x = \frac{-2}{\sqrt{13}} = -\frac{2}{\sqrt{13}},$$

$$\cos x = \frac{-3}{\sqrt{13}} = -\frac{3}{\sqrt{13}},$$

$$\tan x = \quad = \quad .$$



例 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (-3, -2)$ が属すとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求める.

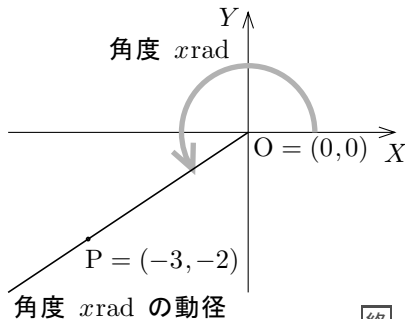
$$\overline{OP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13}.$$

正弦関数・余弦関数・正接関数の定義より,

$$\sin x = \frac{-2}{\sqrt{13}} = -\frac{2}{\sqrt{13}},$$

$$\cos x = \frac{-3}{\sqrt{13}} = -\frac{3}{\sqrt{13}},$$

$$\tan x = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}.$$



終

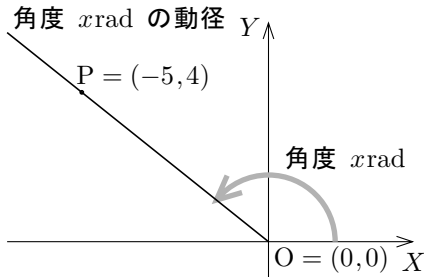
問11.2.1 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (-5,4)$ が属すとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求めよ.

$$\overline{OP} = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2} = \quad ,$$

$$\sin x = \quad ,$$

$$\cos x = \quad = \quad ,$$

$$\tan x = \quad = \quad .$$



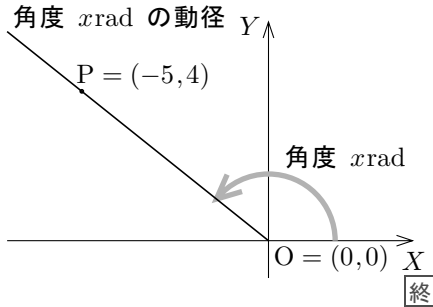
問11.2.1 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (-5,4)$ が属すとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求めよ.

$$\overline{OP} = \sqrt{(-5-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{41} ,$$

$$\sin x = \frac{4}{\sqrt{41}} ,$$

$$\cos x = \frac{-5}{\sqrt{41}} = -\frac{5}{\sqrt{41}} ,$$

$$\tan x = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5} .$$



例 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (0,7)$ が属とする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求める.

例 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (0,7)$ が属とする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求める. $\overline{OP} = 7$ なので, $\sin x = \quad = \quad$, $\cos x = \quad = \quad$. 点 P の X 座標が 0 なので, $\tan x \quad$.

例 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (0,7)$ が属とする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求める. $\overline{OP} = 7$ なので, $\sin x = \frac{7}{7} = 1$, $\cos x = \frac{0}{7} = 0$. 点 P の X 座標が 0 なので, $\tan x$ の値は無い. **終**

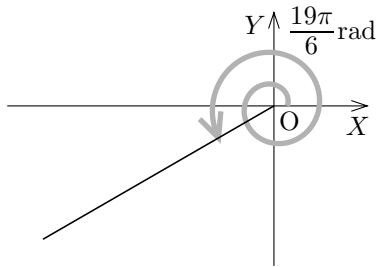
問11.2.2 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (0,-3)$ が属すとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求めよ.

$\overline{OP} =$. $\sin x =$ = , $\cos x =$ = . $\tan x$ の値は

問11.2.2 実数 x について, XY 座標平面において原点 $O = (0,0)$ を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $x\text{rad}$ の動径に点 $P = (0,-3)$ が属すとする. $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ の値を求めよ.

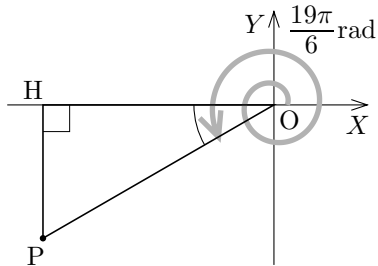
$$\overline{OP} = 3 \quad . \quad \sin x = \frac{-3}{3} = -1 \quad , \quad \cos x = \frac{0}{3} = 0 \quad . \quad \tan x \text{ の値は無い.} \quad \boxed{\text{終}}$$

例 $\frac{19\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{19\pi}{6}$ の各々を求める．



例 $\frac{19\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{19\pi}{6}$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \quad = \quad .$$

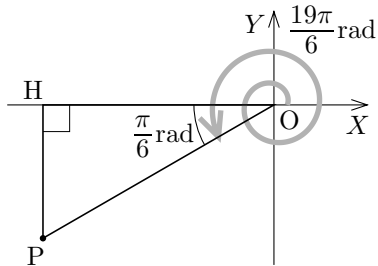


例 $\frac{19\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{19\pi}{6}$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形 OPH において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = \quad : \quad : \quad .$$



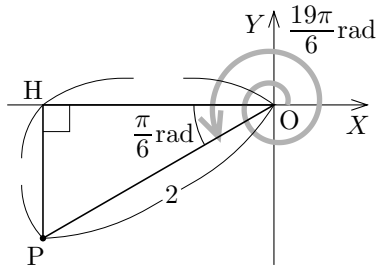
例 $\frac{19\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{19\pi}{6}$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形 OPH において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$$\overline{OP} = 2 \text{ とする. } \overline{OH} = \quad , \quad \overline{PH} = \quad .$$



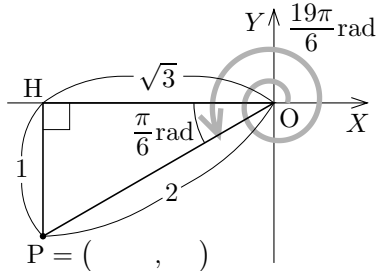
例 $\frac{19\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{19\pi}{6}$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形 OPH において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$ とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．点 P は第 3 象限に属するので $P = (\quad , \quad)$ ．



例 $\frac{19\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{19\pi}{6}$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

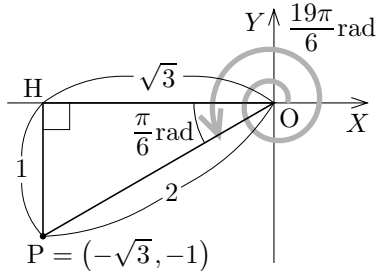
$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形 OPH において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$ とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．点 P は第 3 象限に属するので $P = (-\sqrt{3}, -1)$ ．
よって，

$$\sin \frac{19\pi}{6} = \quad = \quad ,$$



例 $\frac{19\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{19\pi}{6}$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

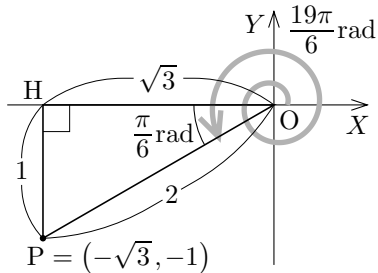
$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形 OPH において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$ とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．点 P は第 3 象限に属するので $P = (-\sqrt{3}, -1)$ ．
よって，

$$\sin \frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} , \quad \cos \frac{19\pi}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} , \quad \tan \frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} .$$



例 $\frac{19\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{19\pi}{6}$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

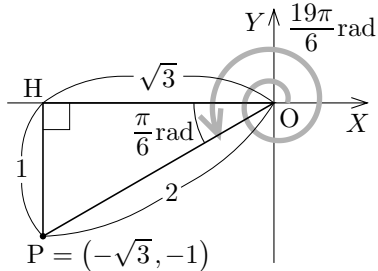
直角三角形 OPH において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$ とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．点 P は第 3 象限に属するので $P = (-\sqrt{3}, -1)$ ．

よって，

$$\sin \frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} , \quad \cos \frac{19\pi}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} , \quad \tan \frac{19\pi}{6} = \quad = \quad .$$



例 $\frac{19\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{19\pi}{6}$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

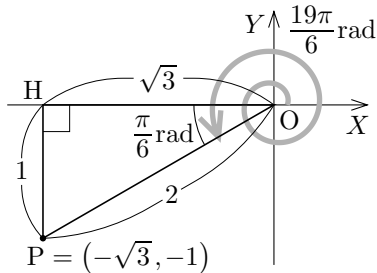
直角三角形 OPH において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$ とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．点 P は第 3 象限に属するので $P = (-\sqrt{3}, -1)$ ．

よって，

$$\sin \frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} , \quad \cos \frac{19\pi}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} , \quad \tan \frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} . \quad \boxed{\text{終}}$$



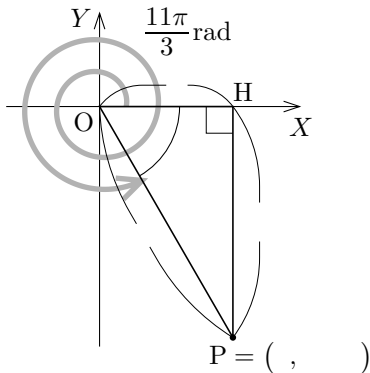
問11.2.3 $\frac{11\pi}{3}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{11\pi}{3}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{11\pi}{3}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{11\pi}{3}$ を求めよ．

XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{11\pi}{3}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \quad = \quad .$$

$\overline{OP} = \quad$ とする．直角三角形 OPH を考えると， $\overline{OH} = \quad$ ， $\overline{PH} = \quad$ ． $P = (\quad , \quad)$ なので，

$$\sin \frac{11\pi}{3} = \quad = \quad , \quad \cos \frac{11\pi}{3} = \quad , \quad \tan \frac{11\pi}{3} = \quad = \quad .$$



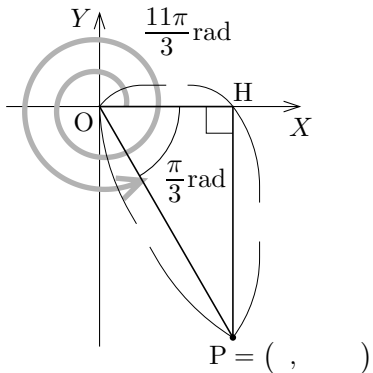
問11.2.3 $\frac{11\pi}{3}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{11\pi}{3}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{11\pi}{3}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{11\pi}{3}$ を求めよ．

XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{11\pi}{3}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = 4\pi\text{rad} - \frac{11\pi}{3}\text{rad} = \frac{\pi}{3}\text{rad} .$$

$\overline{OP} =$ とする．直角三角形 OPH を考えると， $\overline{OH} =$ ， $\overline{PH} =$ ． $P = ($ ， $)$ なので，

$$\sin \frac{11\pi}{3} = \quad = \quad , \quad \cos \frac{11\pi}{3} = \quad , \quad \tan \frac{11\pi}{3} = \quad = \quad .$$



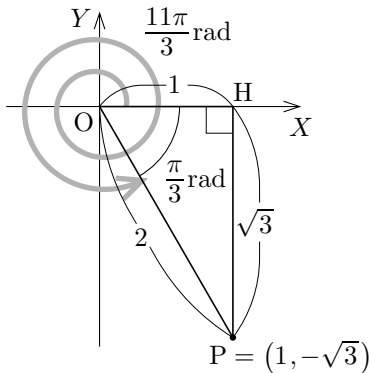
問11.2.3 $\frac{11\pi}{3}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{11\pi}{3}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{11\pi}{3}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{11\pi}{3}$ を求めよ．

XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{11\pi}{3}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = 4\pi\text{rad} - \frac{11\pi}{3}\text{rad} = \frac{\pi}{3}\text{rad} .$$

$\overline{OP} = 2$ とする．直角三角形 OPH を考えると， $\overline{OH} = 1$ ， $\overline{PH} = \sqrt{3}$ ． $P = (1, -\sqrt{3})$ なので，

$$\sin \frac{11\pi}{3} = \quad = \quad , \quad \cos \frac{11\pi}{3} = \quad , \quad \tan \frac{11\pi}{3} = \quad = \quad .$$



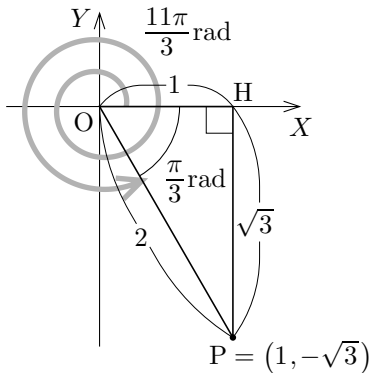
問11.2.3 $\frac{11\pi}{3}$ における，正弦関数の値 $\sin \frac{11\pi}{3}$ ，余弦関数の値 $\cos \frac{11\pi}{3}$ ，正接関数の値 $\tan \frac{11\pi}{3}$ を求めよ．

XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $\frac{11\pi}{3}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = 4\pi\text{rad} - \frac{11\pi}{3}\text{rad} = \frac{\pi}{3}\text{rad} .$$

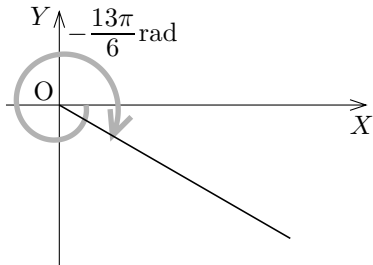
$\overline{OP} = 2$ とする．直角三角形 OPH を考えると， $\overline{OH} = 1$ ， $\overline{PH} = \sqrt{3}$ ． $P = (1, -\sqrt{3})$ なので，

$$\sin \frac{11\pi}{3} = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} , \quad \cos \frac{11\pi}{3} = \frac{1}{2} ,$$



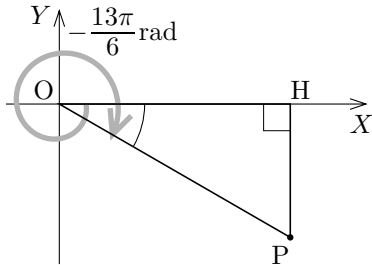
$$\tan \frac{11\pi}{3} = \frac{-\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3} .$$

例 $-\frac{13\pi}{6}$ における, 正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$, 余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$, 正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ の各々を求める.



例 $-\frac{13\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，
 正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O
 を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{6}\text{rad}$ の動径に
 属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$\angle POH =$

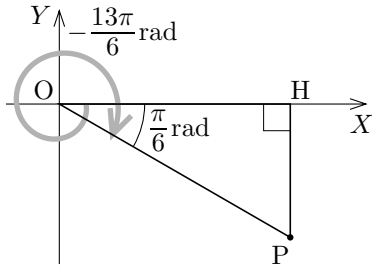


例 $-\frac{13\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，
 正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O
 を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{6}\text{rad}$ の動径に
 属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6}\text{rad} - 2\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形 OPH において

$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = \quad : \quad : \quad .$$



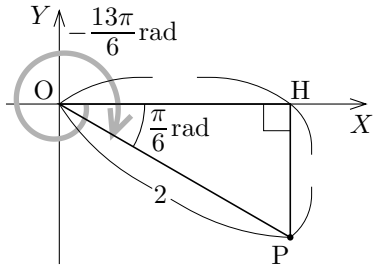
例 $-\frac{13\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，
 正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O
 を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{6}\text{rad}$ の動径に
 属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6}\text{rad} - 2\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形 OPH において

$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$$\overline{OP} = 2 \text{ とする. } \overline{OH} = \quad , \quad \overline{PH} = \quad .$$



例 $-\frac{13\pi}{6}$ における, 正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$, 余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$,
 正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ の各々を求める. XY 座標平面において, 原点 O
 を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{6}\text{rad}$ の動径に
 属す点 P ($P \neq O$) をとり, 点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく.

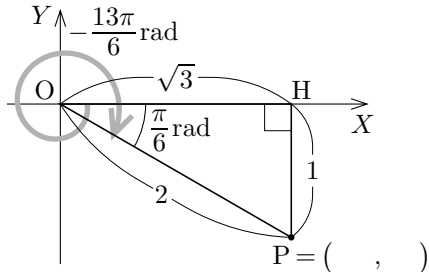
$$\angle POH = \frac{13\pi}{6}\text{rad} - 2\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad}.$$

直角三角形 OPH において

$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3}.$$

$\overline{OP} = 2$ とする. $\overline{OH} = \sqrt{3}$, $\overline{PH} = 1$.

P は第 4 象限に属するので $P = (\quad, \quad)$.



【例】 $-\frac{13\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6}\text{rad} - 2\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形 OPH において

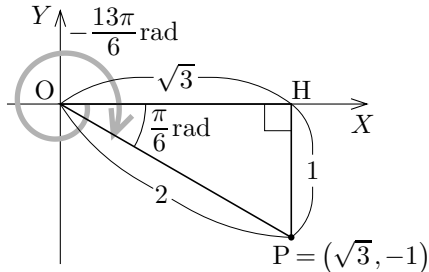
$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$ とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$, $\overline{PH} = 1$.

P は第 4 象限に属するので $P = (\sqrt{3}, -1)$.

よって，

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \quad = \quad , \quad , \quad .$$



例 $-\frac{13\pi}{6}$ における，正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ の各々を求める． XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6}\text{rad} - 2\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形 OPH において

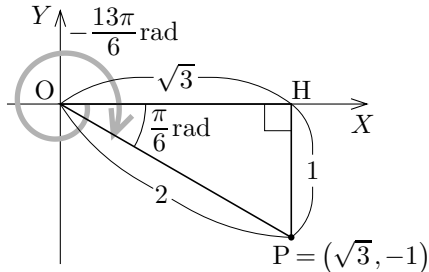
$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$ とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$.

P は第 4 象限に属するので $P = (\sqrt{3}, -1)$.

よって，

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} , \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} , \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} .$$



例 $-\frac{13\pi}{6}$ における, 正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$, 余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$, 正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ の各々を求める. XY 座標平面において, 原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり, 点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく.

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6}\text{rad} - 2\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad}.$$

直角三角形 OPH において

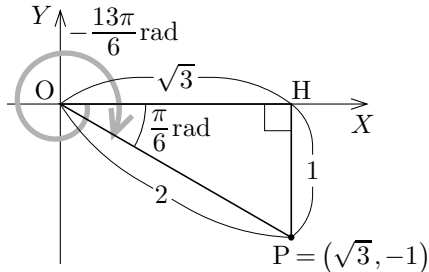
$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3}.$$

$\overline{OP} = 2$ とする. $\overline{OH} = \sqrt{3}$, $\overline{PH} = 1$.

P は第 4 象限に属するので $P = (\sqrt{3}, -1)$.

よって,

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}, \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \quad = \quad .$$



例 $-\frac{13\pi}{6}$ における, 正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$, 余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$, 正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ の各々を求める. XY 座標平面において, 原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{6}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり, 点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく.

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6}\text{rad} - 2\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad}.$$

直角三角形 OPH において

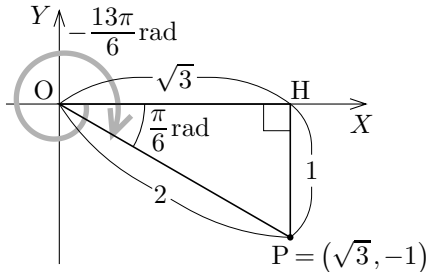
$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3}.$$

$\overline{OP} = 2$ とする. $\overline{OH} = \sqrt{3}$, $\overline{PH} = 1$.

P は第 4 象限に属するので $P = (\sqrt{3}, -1)$.

よって,

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}, \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}. \quad \boxed{\text{終}}$$



問11.2.4 $-\frac{13\pi}{4}$ における，正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ ，余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ ，正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ の各々を求めよ．

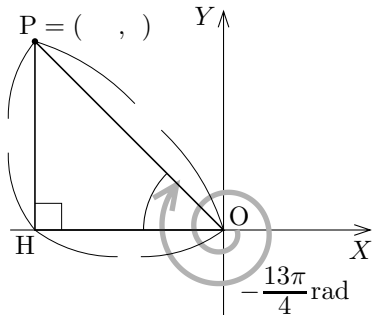
XY 座標平面において，原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{4}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり，点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく．

$$\angle POH = \quad = \quad .$$

$\overline{OP} = \quad$ とする．直角二等辺三角
 OPH を考えると， $\overline{OH} = \quad$ ， $\overline{PH} = \quad$ ．

$P = (\quad , \quad)$ なので，

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad , \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad = \quad , \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad = \quad .$$



問11.2.4 $-\frac{13\pi}{4}$ における, 正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$, 余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$, 正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ の各々を求めよ.

XY 座標平面において, 原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{4}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり, 点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく.

$$\angle POH = \frac{13\pi}{4}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{4}\text{rad}.$$

$\overline{OP} =$ とする. 直角二等辺三角
 OPH を考えると, $\overline{OH} =$, $\overline{PH} =$.
 $P = ($,) なので,

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right) =$$

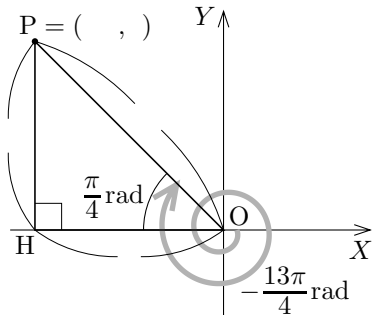
$$, \cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right) =$$

$$=$$

$$, \tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right) =$$

$$=$$

$$.$$



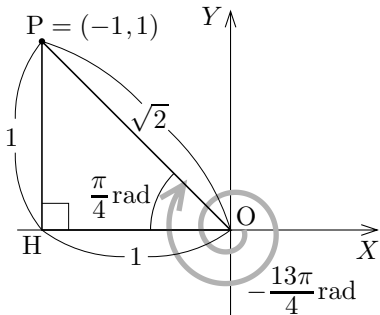
問11.2.4 $-\frac{13\pi}{4}$ における, 正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$, 余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$, 正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ の各々を求めよ.

XY 座標平面において, 原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{4}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり, 点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく.

$$\angle POH = \frac{13\pi}{4}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{4}\text{rad}.$$

$\overline{OP} = \sqrt{2}$ とする. 直角二等辺三角 OPH を考えると, $\overline{OH} = 1$, $\overline{PH} = 1$.
 $P = (-1, 1)$ なので,

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad, \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad, \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad.$$



問11.2.4 $-\frac{13\pi}{4}$ における, 正弦関数の値 $\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$, 余弦関数の値 $\cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$, 正接関数の値 $\tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ の各々を求めよ.

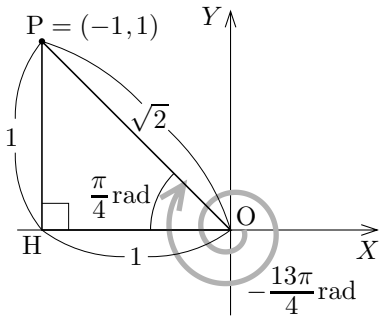
XY 座標平面において, 原点 O を極として X 軸の向きに伸びる始線 OX に対する角度 $-\frac{13\pi}{4}\text{rad}$ の動径に属す点 P ($P \neq O$) をとり, 点 P から X 軸に下した垂線の足を H とおく.

$$\angle POH = \frac{13\pi}{4}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{4}\text{rad}.$$

$\overline{OP} = \sqrt{2}$ とする. 直角二等辺三角 OPH を考えると, $\overline{OH} = 1$, $\overline{PH} = 1$.

$P = (-1, 1)$ なので,

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \frac{-1}{1} = -1. \quad \boxed{\text{終}}$$



更に正割関数と余割関数と余接関数との 3 個の三角関数を定義する.

更に正割関数と余割関数と余接関数との 3 個の三角関数を定義する.

正割関数とは, $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でない各実数 x に $\frac{1}{\cos x}$ の値を対応させる関数である. 正割関数の値を $\sec x$ と書き表す:

$$\text{実数 } x \text{ が } \frac{\pi}{2} \text{ の奇数倍でないとき } \sec x = \frac{1}{\cos x} .$$

更に正割関数と余割関数と余接関数との 3 個の三角関数を定義する.

正割関数とは, $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でない各実数 x に $\frac{1}{\cos x}$ の値を対応させる関数である. 正割関数の値を $\sec x$ と書き表す:

$$\text{実数 } x \text{ が } \frac{\pi}{2} \text{ の奇数倍でないとき } \sec x = \frac{1}{\cos x} .$$

余割関数とは, π の整数倍でない各実数 x に $\frac{1}{\sin x}$ の値を対応させる関数である. 余割関数の値を $\operatorname{cosec} x$ と書き表す:

$$\text{実数 } x \text{ が } \pi \text{ の整数倍でないとき } \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x} .$$

更に正割関数と余割関数と余接関数との 3 個の三角関数を定義する.

正割関数とは, $\frac{\pi}{2}$ の奇数倍でない各実数 x に $\frac{1}{\cos x}$ の値を対応させる関数である. 正割関数の値を $\sec x$ と書き表す:

$$\text{実数 } x \text{ が } \frac{\pi}{2} \text{ の奇数倍でないとき } \sec x = \frac{1}{\cos x} .$$

余割関数とは, π の整数倍でない各実数 x に $\frac{1}{\sin x}$ の値を対応させる関数である. 余割関数の値を $\operatorname{cosec} x$ と書き表す:

$$\text{実数 } x \text{ が } \pi \text{ の整数倍でないとき } \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x} .$$

余接関数とは, π の整数倍でない各実数 x に $\frac{\cos x}{\sin x}$ の値を対応させる関数である. 余接関数の値を $\cot x$ と書き表す:

$$\text{実数 } x \text{ が } \pi \text{ の整数倍でないとき } \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} .$$

例

$$\sec \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{} = .$$

例

$$\sec \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \ .$$

終

例

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{} = .$$

例

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} .$$

終

例

$$\cot \frac{\pi}{6} = \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{6}} = \underline{\hspace{2cm}} = \hspace{1cm} .$$

例

$$\cot \frac{\pi}{6} = \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} .$$

終

問11.2.5 以下の三角関数の値を計算せよ.

$$\sec \frac{\pi}{4} ,$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} ,$$

$$\cot \frac{\pi}{3} .$$

$$\sec \frac{\pi}{4} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} =$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} =$$

$$\cot \frac{\pi}{3} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} =$$

問11.2.5 以下の三角関数の値を計算せよ.

$$\sec \frac{\pi}{4} ,$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} ,$$

$$\cot \frac{\pi}{3} .$$

$$\sec \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} .$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} =$$

$$\cot \frac{\pi}{3} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} =$$

問11.2.5 以下の三角関数の値を計算せよ.

$$\sec \frac{\pi}{4} ,$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} ,$$

$$\cot \frac{\pi}{3} .$$

$$\sec \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} .$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 .$$

$$\cot \frac{\pi}{3} = \text{——} = \text{——} =$$

問11.2.5 以下の三角関数の値を計算せよ.

$$\sec \frac{\pi}{4} ,$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} ,$$

$$\cot \frac{\pi}{3} .$$

$$\sec \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} .$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 .$$

$$\cot \frac{\pi}{3} = \frac{\cos \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} .$$

終