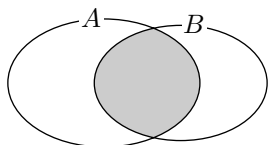


§0.2 集合の演算

集合 A と集合 B との両方に属す対象の全体を A と B との**共通部分**といい、 $A \cap B$ と書き表します²⁾：

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ かつ } x \in B\}.$$

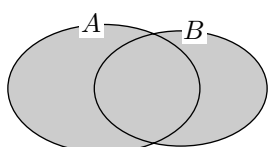
集合 A と集合 B との共通部分 $A \cap B$ の“感じ”を図で表すと右図の網掛けの部分のようになります。



集合 A か集合 B かの少なくともどちらかに属す対象の全体を A と B との**合併集合**あるいは**和集合**といい、 $A \cup B$ と書き表します³⁾：

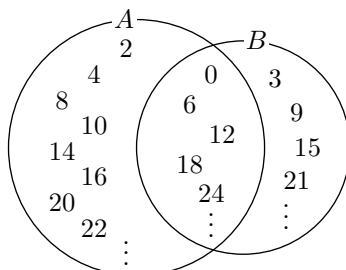
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ または } x \in B\}.$$

集合 A と集合 B との合併集合 $A \cup B$ の“感じ”を図で表すと右図の網掛けの部分のようになります。



例 集合 A と集合 B とを次のように定めます：

$$\begin{aligned} A &= \{n \mid n \text{ は } 0 \text{ 以上の整数で } 2 \text{ の倍数}\} \\ &= \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots\}, \\ B &= \{n \mid n \text{ は } 0 \text{ 以上の整数で } 3 \text{ の倍数}\} \\ &= \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \dots\}. \end{aligned}$$



A と B との共通部分 $A \cap B$ は A と B との両方に属す対象の全体ですから、

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{n \mid n \text{ は } 0 \text{ 以上の整数で } 2 \text{ の倍数でかつ } 3 \text{ の倍数}\} \\ &= \{n \mid n \text{ は } 0 \text{ 以上の整数で } 2 \text{ と } 3 \text{ との公倍数}\} \\ &= \{n \mid n \text{ は } 0 \text{ 以上の整数で } 6 \text{ の倍数}\} \\ &= \{0, 6, 12, 18, 24, \dots\}. \end{aligned}$$

A と B との合併集合 $A \cup B$ は A か B か少なくともどちらかに属す対象の全体ですから、

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{n \mid n \text{ は } 0 \text{ 以上の整数で } 2 \text{ の倍数かまたは } 3 \text{ の倍数}\} \\ &= \{0, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, \dots\}. \end{aligned}$$

終

問題 0.2.1 集合 A と集合 B とを次のように定めます：

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid x \text{ は } 0 \text{ 以上の整数で } 30 \text{ の約数}\}, \\ B &= \{x \mid x \text{ は } 0 \text{ 以上の整数で } 40 \text{ の約数}\}. \end{aligned}$$

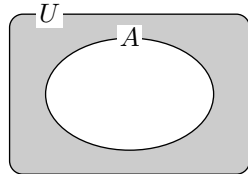
集合 A と集合 B との共通部分 $A \cap B$ と合併集合 $A \cup B$ とを、要素を列挙する表現で書き表しなさい。

考える対象の範囲がある集合に限定されているとき、その集合を**全体集合**といいます。例えば、整数について考えるときは整数の全体が全体集合です。また例えば、高専生について考えるときは高専生の全体が全体集合です。

全体集合 U が定まっているとき、 U の部分集合 A に対して、 U の要素で A に属さない対象の全体を、 U に対する A の**補集合**といい、 \bar{A} と書き表します⁴⁾：

$$\bar{A} = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \notin A\}.$$

全体集合 U に対する集合 A の補集合 \bar{A} の“感じ”を図で表すと右図の網掛けの部分のようになります。

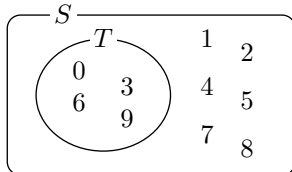


例 全体集合 S 及びその部分集合 T を次のように定めます：

$$\begin{aligned} S &= \{x \mid x \text{ は } 0 \text{ 以上 } 9 \text{ 以下の整数}\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \\ T &= \{x \mid x \text{ は } 0 \text{ 以上 } 9 \text{ 以下の整数で } 3 \text{ の倍数}\} = \{0, 3, 6, 9\}. \end{aligned}$$

このとき、 S に対する T の補集合 \bar{T} は、全体集合 S の要素で T に属さない対象の全体ですから、

$$\bar{T} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}.$$



終

問題 0.2.2 全体集合 U 及びその部分集合 A を次のように定めます：

$$\begin{aligned} U &= \{x \mid x \text{ は } 9 \text{ 以下の正の整数}\}, \\ A &= \{x \mid x \text{ は } 9 \text{ 以下の正の整数で素数}\}. \end{aligned}$$

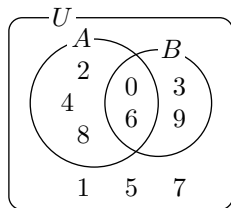
U に対する A の補集合 \bar{A} を、要素を列挙する表現で書き表しなさい。

例 全体集合 U 及びその部分集合 A と B とを次のように定めます：

$$\begin{aligned} U &= \{x \mid x \text{ は } 0 \text{ 以上 } 9 \text{ 以下の整数}\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \\ A &= \{x \mid x \text{ は } 0 \text{ 以上 } 9 \text{ 以下の整数で } 2 \text{ の倍数}\} = \{0, 2, 4, 6, 8\}, \\ B &= \{x \mid x \text{ は } 0 \text{ 以上 } 9 \text{ 以下の整数で } 3 \text{ の倍数}\} = \{0, 3, 6, 9\}. \end{aligned}$$

このとき次のようになります：

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ なので } \bar{A} \cap B = \{3, 9\}, \\ \bar{A} &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ なので } \bar{A} \cup B = \{0, 1, 3, 5, 6, 7, 9\}, \\ A \cap B &= \{0, 6\} \text{ なので } \overline{A \cap B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}, \\ A \cup B &= \{0, 2, 3, 4, 6, 8, 9\} \text{ なので } \overline{A \cup B} = \{1, 5, 7\}. \end{aligned}$$



終

問題 0.2.3 全体集合 U 及びその部分集合 A と B とを次のように定めます：

$$\begin{aligned} U &= \{x \mid x \text{ は } 0 \text{ 以上 } 9 \text{ 以下の整数}\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \\ A &= \{x \mid x \text{ は } 0 \text{ 以上 } 9 \text{ 以下の整数で } 28 \text{ の約数}\} = \{1, 2, 4, 7\}, \\ B &= \{x \mid x \text{ は } 0 \text{ 以上 } 9 \text{ 以下の整数で } 30 \text{ の約数}\} = \{1, 2, 3, 5, 6\}. \end{aligned}$$

以下の集合を、要素を列挙する表現で書き表しなさい。

$$(1) A \cap \bar{B}. \quad (2) A \cup \bar{B}. \quad (3) \overline{A \cap B}. \quad (4) \overline{A \cup B}.$$

²⁾ 共通部分を表す記号 \cap は“キャップ”(cap) とか“インターセクション”(intersection) とか言います。

³⁾ 合併集合を表す記号 \cup は“カップ”(cup) とか“ユニオン”(union) とか言います。

⁴⁾ 補集合を表す記号 $\bar{\quad}$ は“バー”(bar) などと言います。