

## § 0.2 関数の合成

関数  $f$  の定義域の各要素  $x$  における  $f$  の値  $f(x)$  が関数  $g$  の定義域に属するとき、 $f(x)$  における  $g$  の値  $g(f(x))$  があるので、 $f$  の定義域の各要素  $x$  に対して  $g(f(x))$  を定める関数ができる；この関数を  $f$  と  $g$  との**合成関数** (composite function) という。

**定義** 関数  $f$  の値域が関数  $g$  の定義域に含まれるとき、 $f$  の定義域の各要素  $x$  に  $g(f(x))$  を対応させる関数を  $f$  と  $g$  との合成関数という。

この定義より、関数  $f$  の値域が関数  $g$  の定義域に含まれるときに限り、 $f$  と  $g$  の合成関数  $g(f(x))$  が存在する。そして、 $f$  と  $g$  との合成関数  $g(f(x))$  の定義域は  $f$  の定義域である。

$xy$  座標平面において、1次関数  $ax+b$  ( $a, b$  は定数で  $a \neq 0$ ) と関数  $f(x)$  の合成関数  $y = f(ax+b)$  のグラフの概形を描くためには次のような方法がある。変数  $t$  を  $t = ax+b$  とおきます。このとき、関数  $y = f(ax+b)$  について、 $x = \frac{t-b}{a}$  かつ  $y = f(t)$ 。従って、変数  $t$  の様々な値に対して、 $y = f(ax+b)$  のグラフの点  $(x, y) = \left( \frac{t-b}{a}, f(t) \right)$  が定まる。これらの点を通る曲線を描くと関数  $y = f(ax+b)$  のグラフの概形になる。