

## §0.5 述語の同値性

述語  $P$  と述語  $Q$  について、 $P$  と  $Q$  とが**同値である** (equivalent) とは、

$P$  から  $Q$  が導かれ、逆に  $Q$  から  $P$  が導かれる

ことです。述語  $P$  と述語  $Q$  とが同値であることを次のように書き表します：

$$P \iff Q .$$

**例** 変数  $x$  に関する述語  $x-3=0$  から、 $x$  に関する述語  $x=3$  が導かれます。逆に、 $x=3$  のとき  $x-3=0$  ですから、述語  $x=3$  から述語  $x-3=0$  が導かれます。従って述語  $x-3=0$  と述語  $x=3$  とは同値です：

$$x-3=0 \iff x=3 .$$

**終**

**例** 整数を表す変数  $n$  に関する述語 “ $n$  は 6 の倍数である” と “ $n$  は 2 と 3 との公倍数である” とは同値です：

$$n \text{ は } 6 \text{ の倍数である} \iff n \text{ は } 2 \text{ と } 3 \text{ との公倍数である} .$$

**終**

**例** 平面上の相異なる 3 点  $A, B, C$  を頂点とする三角形  $ABC$  について考えます。辺  $AB$  の長さ  $\overline{AB}$  と辺  $AC$  の長さ  $\overline{AC}$  とが等しいとすると、角度  $\angle ABC$  と角度  $\angle ACB$  とが等しいことが証明できます；つまり述語  $\overline{AB} = \overline{AC}$  から述語  $\angle ABC = \angle ACB$  が導かれます。逆に、 $\angle ABC$  と  $\angle ACB$  とが等しいとすると、 $\overline{AB}$  と  $\overline{AC}$  とが等しいことが証明できます；つまり述語  $\angle ABC = \angle ACB$  から述語  $\overline{AB} = \overline{AC}$  が導かれます。従って、述語  $\overline{AB} = \overline{AC}$  と述語  $\angle ABC = \angle ACB$  とは同値です：

$$\overline{AB} = \overline{AC} \iff \angle ABC = \angle ACB .$$

**終**