

## §0.6 対偶

述語  $A$  と述語  $B$  とからできる述語 “ $A$  ならば  $B$ ” に対して、述語 “ $B$  でないならば、 $A$  でない” を**対偶**といいます。

**例** “感情” の定義がはっきりしているとして、述語

“人間であるならば感情がある”

の対偶は

“感情が無いならば人間ではない”

となります。この二つの記述は、細かいニュアンスなどを無視すると、同じ意味になります；少なくとも数学ではそう考えます。 終

**例** 述語

“高専生であるならば中学校を卒業している”

の対偶は、

“中学校を卒業していないならば高専生でない”

となります。この二つの記述は（数学的には）同じ意味になります。 終

このように、述語  $A$  と  $B$  について、述語 “ $A$  ならば  $B$ ” とその対偶 “ $B$  でないならば、 $A$  でない” とは同じ意味なので、述語 “ $A$  ならば  $B$ ” が成り立つことと、その対偶 “ $B$  でないならば、 $A$  でない” が成り立つこととは、一致します。よって、述語 “ $A$  ならば  $B$ ” とその対偶 “ $B$  でないならば、 $A$  でない” とは同値です。

述語  $A$  と  $B$  について、述語 “ $A$  ならば  $B$ ” とその対偶 “ $B$  でないならば、 $A$  でない” とは同値である。

**問題 0.6.1** 以下の述語の対偶を作りなさい。

- (1) 学生服を着ていれば男子学生である。
- (2) 高専生であるならばピタゴラスの定理を知っている。

**例** 未成年が結婚（初婚に限る）するときには親に結婚する承諾を得なければなりません。つまり、日本人を表す変数  $x$  に関する述語 “ $x$  が結婚できる” が成り立つには、 $x$  に関する述語 “ $x$  が未成年であるならば  $x$  は親に結婚について同意を得ている” が成り立たなければなりません。この述語の対偶をとると、“ $x$  は親に結婚について同意を得ていないならば  $x$  が未成年でない” となります；つまり、親に結婚について同意を得ずに初めての結婚するには、未成年でないことが条件になります（但し未成年でなくても別の事由で結婚できないことがあります）。 終

**問題 0.6.2** 豊田高専の建築学科の卒業生について、一級建築士の受験資格を得る条件は、大学あるいは高専専攻科の建築学の課程に進学しないならば卒業後 4 年以上の建築実務の経験を積むことです。この条件の対偶を述べなさい。

述語  $A$  と述語  $B$  とが同値であるとします：

$$A \iff B.$$

$A$  から  $B$  が導かれ、 $B$  から  $A$  が導かれます。従って、“ $A$  ならば  $B$ ” で、“ $B$  ならば  $A$ ” です。これらの対偶をとると、“ $B$  でないならば、 $A$  でない” で、“ $A$  でないならば、 $B$  でない” です。故に、“ $B$  でない” から “ $A$  でない” が導かれ、“ $A$  でない” から “ $B$  でない” が導かれます。つまり、“ $A$  でない” と “ $B$  でない” とは同値です：

$$A \text{ でない} \iff B \text{ でない}.$$

述語  $A$  と  $B$  について、

$$A \iff B$$

のとき

$$A \text{ でない} \iff B \text{ でない}.$$

**例** 整数を表す変数  $n$  について、

$$n \text{ が偶数である} \iff n \text{ が } 2 \text{ で割り切れる},$$

よって、

$$n \text{ が偶数でない} \iff n \text{ が } 2 \text{ で割り切れない}.$$

終