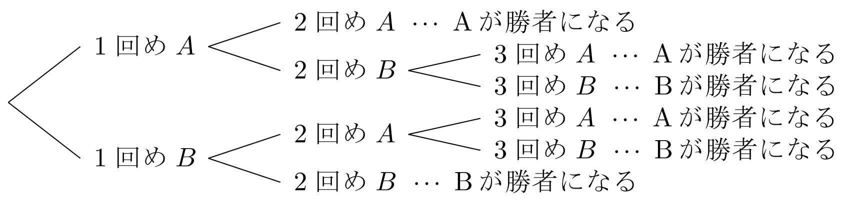
§11.2　樹形図

数え上げのための手段としてしばしば樹形図 (tree) といわれるものを用います.

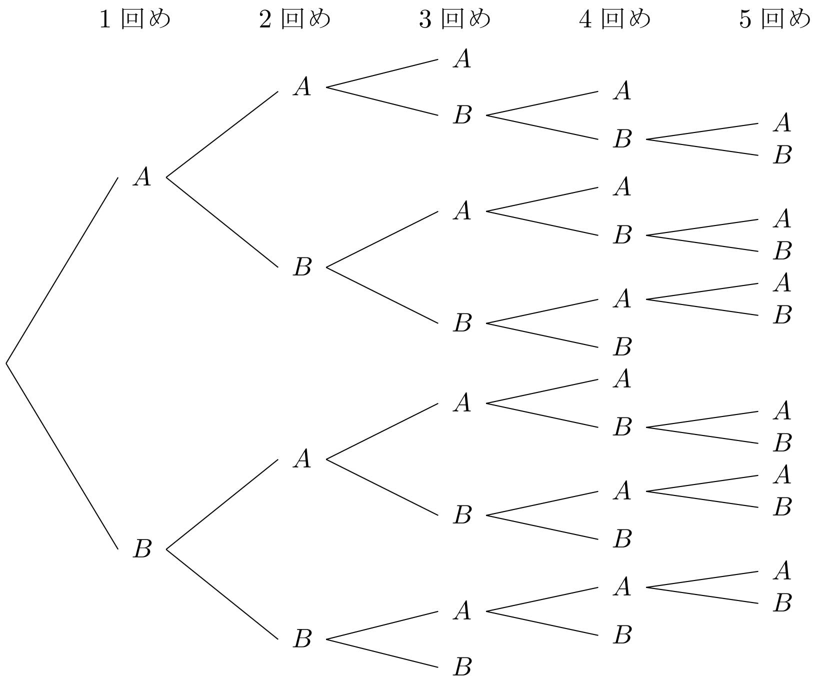
例解　A さんと B さんとの 2 人が何回かゲームをして先に 2 勝した方を勝者にします. 1 回のゲームでは必ず A さんと B さんとのどちらかが勝ち他方が負けて，引き分けはないものとします. 勝者が決まるまでの 1 回 1 回のゲームの勝敗について，起こり得る場合の総数を求めます. 1 回のゲームで A さんが勝つことを A と，B さんが勝つことを B と書き表すことにします. 勝者が決まるまでの一回一回のゲームでどちらが勝つかについて，起こり得る場合を次のような図を描いて系統的に枚挙します.



このような系統的な図を樹形図といいます. この樹形図から，勝者が決まるまでの各ゲームの勝敗について起こり得る場合の総数は 6 であると分かります.　**終**

例題　A さんと B さんとの 2 人が何回かゲームをして，先に 3 勝した方が勝者になる. 1 回のゲームでは必ず A さんと B さんとのどちらかが勝ち他方が負けて，引き分けはないものとする. 勝者が決まるまでの一回一回のゲームでどちらが勝つかについて，起こり得る場合の総数を求める.

〔解説〕 1 回のゲームで A さんが勝つことを A と，B さんが勝つことを B と書き表す. 樹形図を描くと次のようになる.



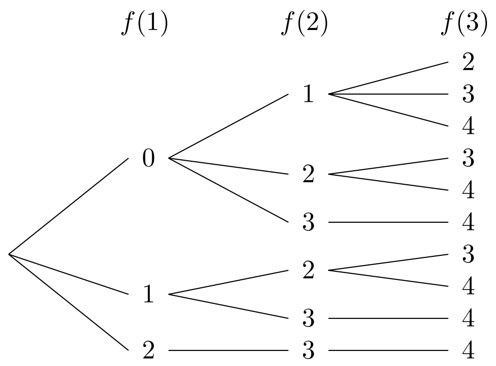
このようにして数えると，起こり得る場合の総数は 20 である.　**終**

問題 11.2.1　A さんと B さんと C さんとの 3 人で何回かゲームを行い，最初に 2 勝した人を優勝者にします. 1 回のゲームでは必ず 3 人のうちの 1 弘だけが勝ち他の 2 人が負けて，引き分けはないものとします. 優勝者が決まるまでの一回一回のゲームで誰が勝つかについて，起こり得る場合の総数を求めなさい.

樹形図はしばしば写像を数え上げるために有用です.

例題　集合 $\{1,2,3\}$ から集合 $\{0,1,2,3,4\}$ への写像 f で $f(1)<f(2)<f(3)$ となるものの総数を求める.

〔解説〕 集合 $\{1,2,3\}$ からの写像 f を決めるということは $f(1),f(2),f(3)$ を決めることである. 条件を満たす写像 f を数え上げるための樹形図は次のようになる.



このようにして数えると，条件を満たす写像の総数は 10 である.　**終**

問題 11.2.2　集合 $\{1,2,3,4\}$ から集合 $\{1,2,3\}$ への写像 f で $f(1)\le f(2)\le f(3)\le f(4)$ となるものの総数を求めなさい.