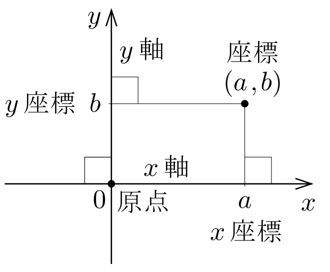
§4.0　座標平面と点集合

1.4 節で述べたように，実数全体を $\mathbf{R}$ と書き表します． 実数全体 $\mathbf{R}$ と $\mathbf{R}$ との直積集合を $\mathbf{R}^2$ と書き表します：

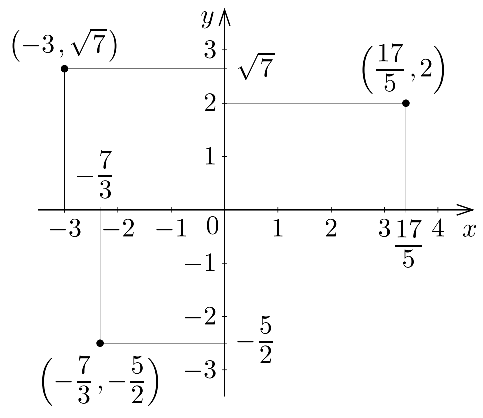
$$\mathbf{R}^2 = \mathbf{R}\times\mathbf{R} = \{\,(x,y) \mid x \text{ と } y \text{ とは実数}\,\}.$$

つまり $\mathbf{R}^2$ は実数と実数との順序対の全体です． 直積集合 $\mathbf{R}^2$ の要素を（$\mathbf{R}^2$ の）点といいます[1]． そして $\mathbf{R}^2$ の点の集合を**点集合**といいます． つまり $\mathbf{R}^2$ の点集合とは $\mathbf{R}^2$ の部分集合です．

（2 次元）**座標系** (coordinate system) とは，平面上の点と直積集合 $\mathbf{R}^2$ の点とを対応させる仕掛けです．



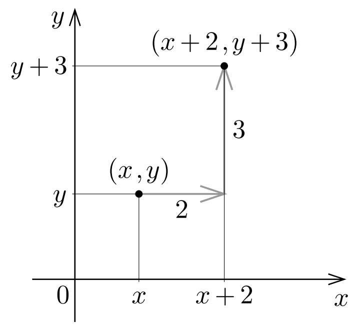
数直線において実数 0 に対応する点を**原点**といいます（1.4 節参照）． 平面上に，2 本の数直線を各々の原点が重なるように互いに垂直に置きます． これら 2 本の数直線を座標軸といい，座標軸の組を座標系といいます． 座標系が設定された平面を**座標平面** (coordinate plane) といいます． 数直線には向きがあるので，座標軸には向きがあります． 普通は 2 本の座標軸の 1 本を右向きに他の 1 本を上向きにします． 多くの場合，右向きの座標軸を x 軸と，上向きの座標軸を y 軸といいます；これらの組を xy 座標系といい，xy 座標系が設定された平面を xy 座標平面といいます．



数直線上の各点には 1 個の実数が対応します． xy 座標平面の点 P から x 軸に下ろした垂線の足（x と垂直で P が属す直線と x 軸との共有点）に対応する実数を x 座標といい，点 P から y 軸に下ろした垂線の足（y と垂直で P が属す直線と y 軸との共有点）に対応する実数を y 座標といいます． 点 P の x 座標 a と P の y 座標が b とを成分とする順序対 (a,b) を点 P の**座標** (coordinate) といいます． 実数 u と v とに対して，xy 座標平面の点 P の座標が (u,v) であるとき，P の x 座標は u で y 座標は v です．

座標平面の点の座標は実数の順序対ですから直積集合 $\mathbf{R}^2$ の点です． このように，平面に座標系を設定することによって，平面の点と $\mathbf{R}^2$ の点とが一つずつ対応します． ですから，座標平面の点とその座標とを同一視することがあります． 座標平面の点 (a,b) とは，座標が (a,b) となる点のことです． また，座標平面の点 P の座標が (a,b) であるとき，$\mathrm{P}=(a,b)$ と書き表します． このように考えると，座標平面の点は $\mathbf{R}^2=\{\,(x,y)\mid x,y \text{ は実数}\,\}$ の点であり，$\mathbf{R}^2$ の点は座標平面の点です．

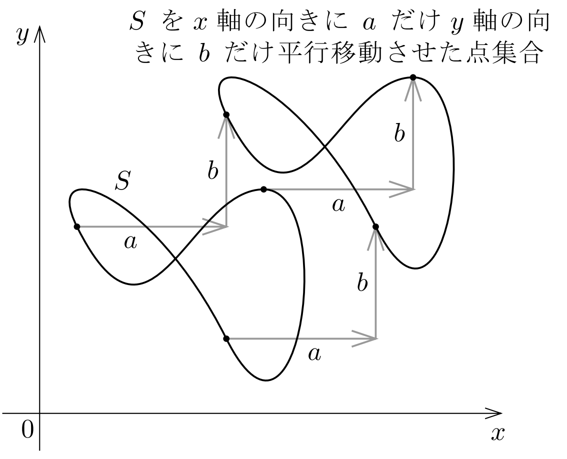
座標平面において原点の座標は $(0,0)$ です． 通常，座標平面において原点を O で表します： $\mathrm{O}=(0,0)$．



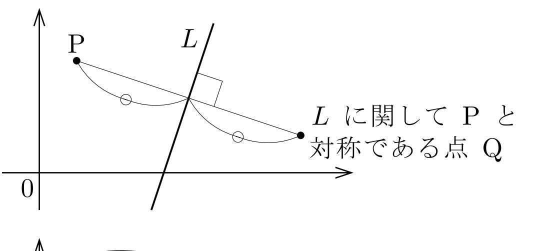
xy 座標平面において，例えば点 (x,y) を x 軸の向きに 2 だけ y 軸の向きに 3 だけ移動させた点は $(x+2,y+3)$ です． 一般的に，xy 座標平面において，点 (x,y) を x 軸の向きに a だけ y 軸の向きに b だけ移動させた点は $(x+a,y+b)$ です． xy 座標平面において，点集合 S の各点 (x,y) を x 軸の向きに a だけ y 軸の向きに b だけ移動させた点 $(x+a,y+b)$ の全体を，S を x 軸の向きに a だけ y 軸の向きに b だけ平行移動させた点集合といいます． つまり，点集合 S を x 軸の向きに a だけ y 軸の向きに b だけ平行移動させた点集合とは

$$\{\,(x+a,y+b)\mid (x,y)\in S\,\}$$

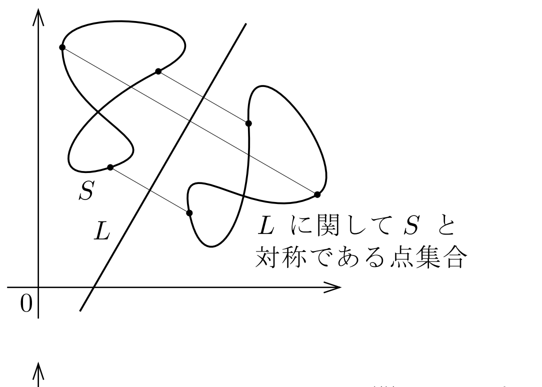
のことです． 座標平面において図形を平行移動させると，位置が変わるだけで，形も大きさも向きも変わりません．



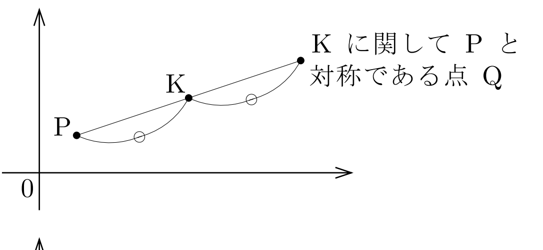
座標平面において，点 Q が点 P と直線 L に関して対称であるとは，P と Q とを結ぶ線分 PQ の中点が L に属し，線分 PQ は L と垂直であることです[2]． 直線 L に関して点 P と対称になる点は唯一つあります（証明は省きます）．



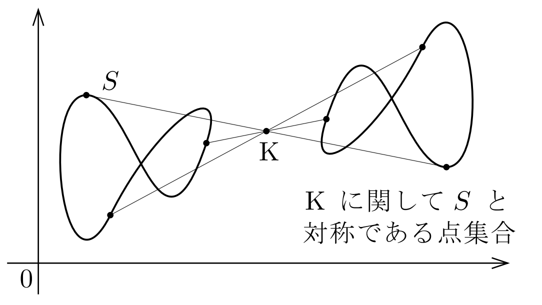
座標平面において，直線 L に関して点集合 S と（線）対称である点集合とは，L に関して S の点と線対称になる点の全体です．



座標平面において，点 Q が点 P とが点 K に関して対称であるとは，P と Q とを結ぶ線分 PQ の中点が K になることです． 点 K に関して点 P と対称である点は唯一つあります（証明は省きます）．



座標平面において，点 K に関して点集合 S と（点）対称である点集合とは，K に関して S の点と点対称である点の全体です．



---

[1] 数学では集合の要素を点ということがあります．

[2] $\mathrm{P}=\mathrm{Q}$ のときは線分 PQ は任意の直線と垂直です． 従って，P が L に属すとき，L に関して P と（線）対称である点は P 自身です．