

§6.2 一般角

これまで角度とは角の開き具合を表す量のことでした。しかし、角度で回転量を表すことがあります。例えば、時計の長針は80分間に右回りで 480° の角度だけ回転します。このように回転量を表す角度を**一般角**といいます。

平面における回転の向きには左回り（時計の回る向きと反対の向き）と右回り（時計の回る向き）とがあります。数学では、左回りを正の向きとし、右回りを負の向きとします。



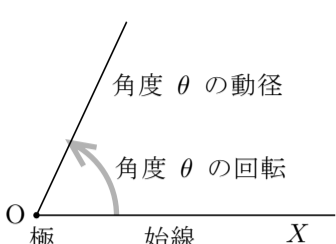
正の回転の向き



負の回転の向き

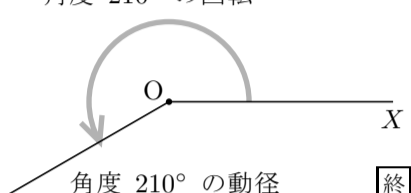
一般角では、正の向きの回転の量を正の角度で表し、負の向きの回転の量を負の角度で表します。

平面において、定点 O を端点とする半直線が、 O を中心に回転するとします。定点 O を端点とする半直線 OX のところから回転が始まるとします。このとき、回転の中心点 O を**極**といい、回転を始める前の半直線 OX を**始線**といいます。一般角 θ に対して、極 O を中心に始線 OX を角度 θ だけ回転させた半直線を、始線 OX に対する角度 θ の**動径**といいます。

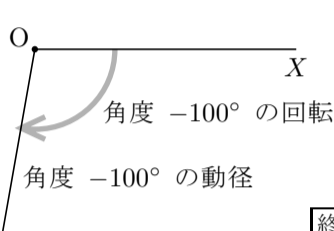


例 定点 O を極とする始線 OX に対する角度 210° の動径は、極 O を中心に始線 OX のところから左回りに 210° の角度だけ回転させた動径です。よって、始線 OX に対する角度 210° の動径は右図のようになります。

角度 210° の回転



例 定点 O を極とする始線 OX に対する角度 -100° の動径とは、極 O を中心に始線 OX のところから右回りに 100° の角度だけ回転させた半直線です。よって、始線 OX に対する角度 -100° の動径は右図のようになります。

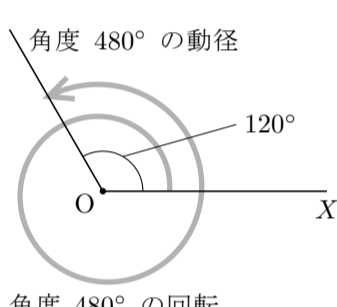


360° の回転は左回りの1回転で、 -360° の回転とは右回りの1回転です。更に例えば、 $720^\circ = 360^\circ \times 2$ の回転とは左回りの2回転で、 $-1080^\circ = -(360^\circ \times 3)$ の回転とは右回りの3回転です。

例 定点 O を極とする始線 OX に対する角度 480° に対して、

$$480^\circ = 360^\circ + 120^\circ ;$$

従って角度 480° の回転とは左回りで1回転して更に角度 120° だけ回転することです。よって、始線 OX に対する角度 480° の動径は上図のようになります。

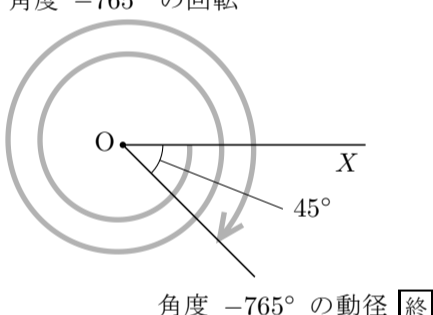


例 定点 O を極とする始線 OX に対する角度 -765° に対して、

$$-765^\circ = -(360^\circ \times 2 + 45^\circ) ,$$

従って、角度 -765° の回転とは右回りで2回転して更に角度 45° だけ回転することです。よって、始線 OX に対する角度 -765° の動径は右図のようになります。

角度 -765° の回転



一般角では 360° より大きい角度や負の角度があります。ですから任意の実数 t に対して始線に対する一般角 t° の動径が決まります。

問題 6.2.1 平面において定点 O を極とする始線 OX を定め、次の動径の概略を描きなさい。

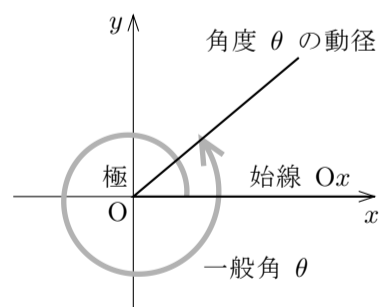
- (1) 始線 OX に対する角度 600° の動径。
- (2) 始線 OX に対する角度 -945° の動径。
- (3) 始線 OX に対する角度 1230° の動径。

xy 座標平面において極と始線をとるときは、特に断りがない限り、原点 $O = (0,0)$ を極として x 軸の向きに伸びる半直線を始線と定めます。

この始線を Ox と書き表します：

$$Ox = \{ (x,y) \mid x \geq 0 \text{ かつ } y = 0 \} .$$

xy 座標平面において、 $x > 0$ かつ $y > 0$ である点 (x,y) の全体を第1象限といい、 $x < 0$ かつ $y > 0$ である点 (x,y) の全体を第2象限といい、 $x < 0$ かつ $y < 0$ である点 (x,y) の全体を第3象限といい、 $x > 0$ かつ $y < 0$ である点 (x,y) の全体を第4象限といいます。 xy 座標平面の原点 O を端点とする x 軸の向きの始線 Ox に対する一般角について、動径が原点 O を除いて第1象限に含まれるとき第1象限の角度といい、動径が原点 O を除いて第2象限に含まれるとき第2象限の角度といい、動径が原点 O を除いて第3象限に含まれるとき第3象限の角度といい、動径が原点 O を除いて第4象限に含まれるとき第4象限の角度といいます。例えば次のようになります。



第2象限 $x < 0$ $y > 0$	第1象限 $x > 0$ $y > 0$
第3象限 $x < 0$ $y < 0$	第4象限 $x > 0$ $y < 0$

