§1.9　複素数の性質

$\boxed{\text{問題 1.9.1}}$　x と y とは実数なので，$x-4y$ と $2x+3y$ とは実数である．$(x-4y)+i(2x+3y)=17+i$ なので，$x-4y=17$ かつ $2x+3y=1$ ．この連立方程式を解くと，$x=5$ かつ $y=-3$ ．

$\boxed{\text{問題 1.9.2}}$

$$a(3+4i)-b(5-2i) = 3a+4ai-5b+2bi = 3a-5b+i(4a+2b) \ .$$

a と b とは実数なので，$3a-5b$ と $4a+2b$ とは実数である．$3a-5b+i(4a+2b)=19+8i$ なので，$3a-5b=19$ かつ $4a+2b=8$ ．この連立方程式を解くと，$a=3$ かつ $b=-2$ ．

$\boxed{\text{問題 1.9.3}}$

$$(4-3i)(x+6i) = 4x+24i-3xi+18 = 4x+18+i(24-3x) \ .$$

$4x+18$ と $24-3x$ とは実数なので，複素数 $(4-3i)(x+6i)$ が実数である条件は，$24-3x=0$ ，つまり $x=8$ ．

$\boxed{\text{問題 1.9.4}}$

$$(3-4i)(x+8i) = 3x+24i-4xi+32 = 3x+32+i(24-4x) \ .$$

$3x+32$ と $24-4x$ とは実数なので，複素数 $(3-4i)(x+8i)$ が虚数である条件は，$24-4x\neq 0$ ，つまり $x\neq 6$ ．